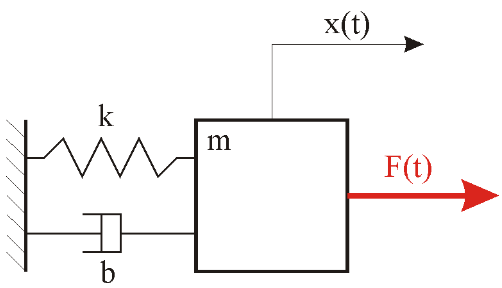
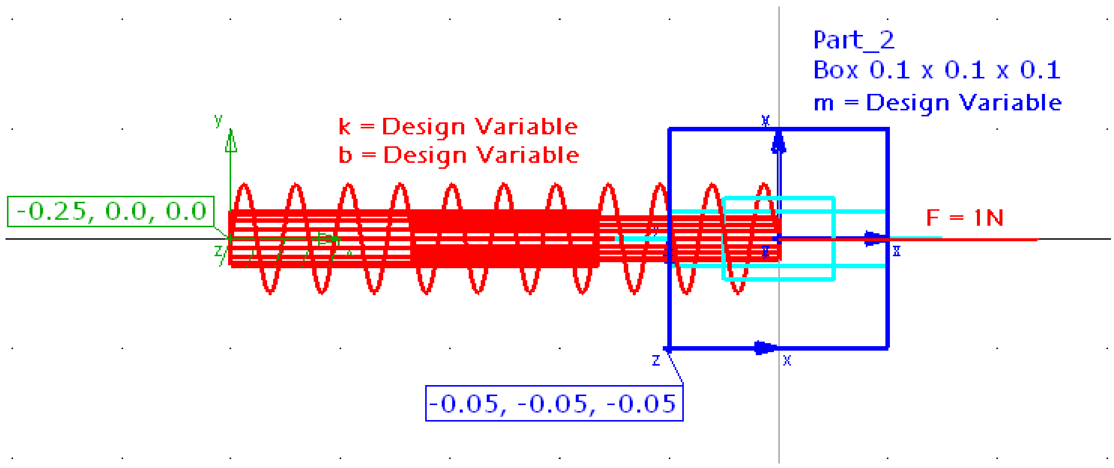
Systémové modely v prostredí programu MSC. ADAMS / View

Cieľ: Cieľom príkladu je poskytnúť pohľad na možnosti modelovania systémových modelov v prostredí programu MSC.ADAMS. Ako štúdiu si zoberieme základnú mechanickú sústavu s jedným stupňom voľnosti (pre jej jednoduchosť). Postupne zostavíme jej matematický model pomocou modelovacích prvkov programu MSC.ADAMS, ďalej vytvoríme jej matematický model vo forme prenosovej funkcie, modelu v stavovom priestore a modelu vo forme diferenciálnej rovnice. Výsledky uvedených modelov porovnáme.



Obr. 1 Mechanická sústava s jedným stupňom voľnosti

1 Model sústavy pomocou modelovacích prvkov

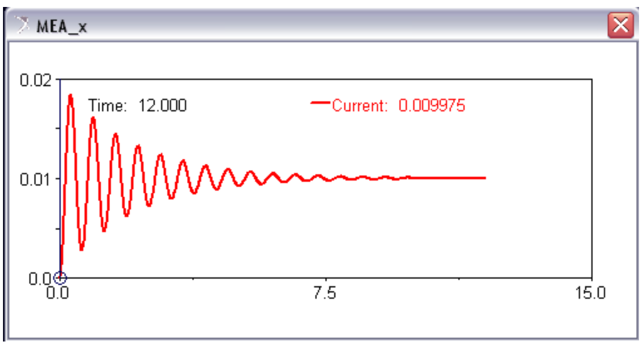


Obr. 2 Model sústavy s jedným stupňom voľnosti

Podľa obr. 2 zostavíme mechanický model sústavy s jedným stupňom voľnosti, pričom základnými jednotkami budú: [m, N, s, kg, Hz]. Sústava bude budená konštantnou silou s hodnotou 1 N, pričom priebeh sily bude mať charakter jednotkového skoku.
Ďalej si vytvoríme merač polohy ťažiska telesa PART_2 s názvom MEA_x (merač vytvoríme možnosťou *PART Measure*).
Jednotlivé parametre sústavy sparametrizujeme konštrukčnými premennými (*Design Variable*):

k = 100
b = 1
m = 1

Vykonáme dynamickú simuláciu (12 sek., 1000 krokov). V merači MEA_x môžeme sledovať priebeh výchylky telesa PART_2 (prechodová charakteristika II. rádu).



Obr. 3 Priebeh posunutia ťažiska telesa PART_2

2 Model vo forme prenosovej funkcie Transfer Function - TF

Matematický model uvedenej sústavy môžeme získať napr. aplikáciou II. Newtonovho zákona vo forme:

$$m\ddot{x}(t)+b\dot{x}(t)+kx(t)=F(t)$$

Po aplikácii Laplaceovej transformácie získame obraz:

$$ms^2X(s)+bsX(s)+kX(s)=F(s)$$

z ktorého po úprave získame prenosovú funkciu systému:

$$\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{1}{ms^2+bs+k}$$

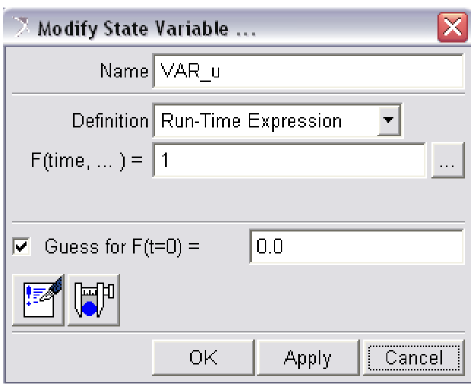
Túto prenosovú funkciu je teraz potrebné zadefinovať do prostredia programu MSC.ADAMS. Pre jej definíciu však najprv potrebujeme zadefinovať jej parametre vo forme stavových premenných a polí.

VSTUP – u

Vstup (input) pre prenosovú funkciu (ale aj pre model v stavovom priestore) musí byt zadefinovaný vo forme stavovej premennej:

MB >> System Elements >> State Variable >> New ...

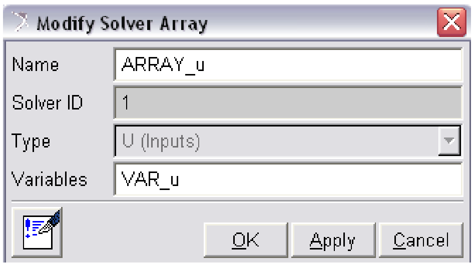
V našom prípade je vstupom do mechanickej sústavy konštantná sila s hodnotou 1 N. Našu stavovú premennú si pomenujeme VAR_u a zadefinujeme ju nasledovne:



Obr. 4 Definícia stavovej premennej (vstup)

Túto premennú je ďalej potrebné definovať do vstupného poľa, ktoré nazveme ARRAY_u. Toto pole priamo vstupuje do definície prenosovej funkcie.

MB >> Data Elements >> Array >> New …

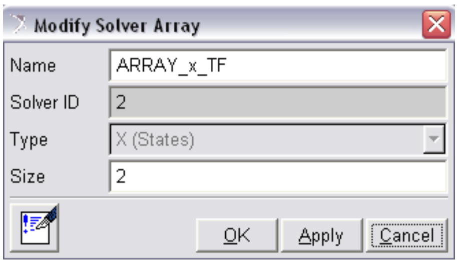


Obr. 5 Definícia vstupného poľa

Stavové premenné – x

Ďalej je potrebné vytvoriť pole stavových premenných, ktoré nazveme ARRAY_x_TF.

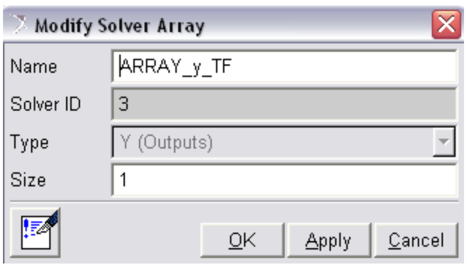
MB >> Data Elements >> Array >> New …



Obr. 6 Definícia poľa stavových premenných pre TF

Výstup – y

Výstupy budeme ukladať do poľa výstupov s názvom ARRAY_y_TF.

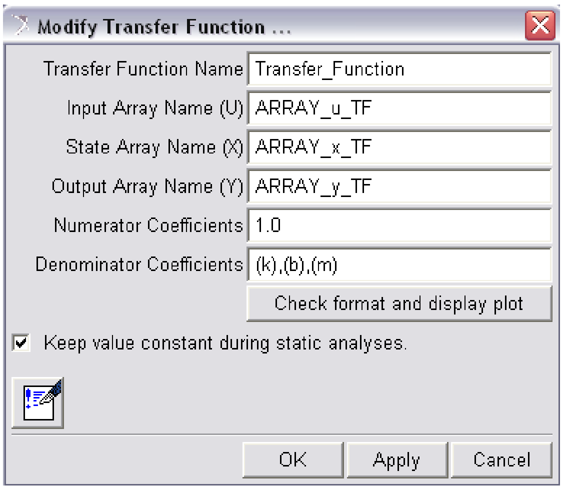


Obr. 7 Definícia poľa výstupov pre TF

Prenosová funkcia – Transfer Function

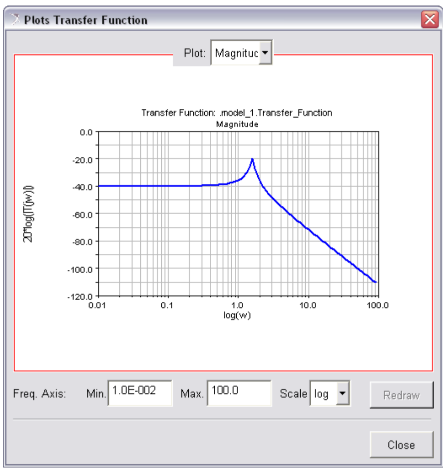
Prenosová funkcia je v prostredí MSC.ADAMS definovaná pomocou polí vstupov, stavových premenných a výstupov. Tvar prenosovej funkcie určujú koeficienty čitateľa (numerator) a menovateľa (denominator). Tieto koeficienty sa zapisujú vo forme koeficientov polynómu v smere od najmenšieho k najväčšiemu zadefinovanému mocniteľovi. Porovnaním s našou prenosovou funkciou môžeme prenosovú funkciu nazvanú Transfer_Function zadefinovať v menu:

MB >> System Elements >> Transfer Function >> New ...



Obr. 8 Definícia prenosovej funkcie

Kliknutím na tlačidlo Check format and display plot si môžeme takto zadefinovanú prenosovú funkciu prezrieť vo frekvenčnej oblasti.



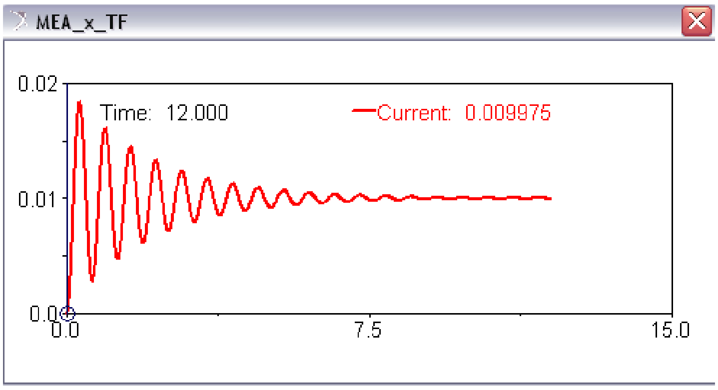
Obr. 9 Prenosová funkcia vo frekvenčnej oblasti

Pre účely porovnania modelov si teraz vytvoríme merač s názvom MEA_x_FT, v ktorom sa bude zaznamenávať priebeh výstupu prenosovej funkcie (teda fyzikálne ide o premiestnenie). Merač vytvoríme:

MB >> Build >> Measure >> Function >> New ...

ARYVAL(ARRAY_y_TF,1)

Po spustení simulácie zistíme, že systémový model nám dáva rovnaké výsledky ako model vytvorený pomocou modelovacích prvkov. Prípadné rozdiely môžeme spracovať v prostredí Postprocessor.



Obr. 9 Priebeh výstupu prenosovej funkcie Transfer_Function (posunutie ťažiska telesa PART_2)

2 Model v stavovom priestore State-Space - SS

Ak do pohybovej rovnice

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

zavedieme novú premennú *v(t)* (rýchlosť telesa PART_3), môžeme diferenciálnu rovnicu II. rádu prepísať na sústavu dvoch diferenciálnych rovníc I. rádu nasledovne:

$$\dot{x}(t) = v(t)$$

$$\dot{v}(t) = -\frac{b}{m}v(t) - \frac{k}{m}x(t) + \frac{1}{m}F(t)$$

čo nám v maticovom zápise dáva:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\bar{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix}}_{\bar{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{F(t)}_{u}$$

Ak uvažujeme maticu prenosu D nulovú a maticu výstupu C jednotkovú, dostávame model sústavy v stavovom priestore:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + Bu$$

$$\bar{y} = C\bar{x} + Du$$

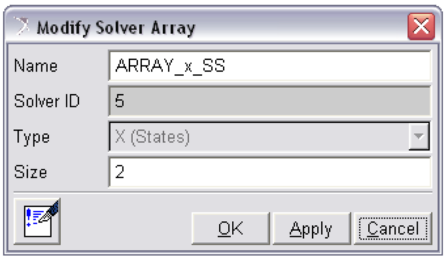
V programe MSC.ADAMS je opäť potrebné definovať pole vstupov (ARRAY_x_SS) a pole výstupov (ARRAY_y_SS).

VSTUP – u

Vstup (input) pre model v stavovom priestore musí byt zadefinovaný vo forme stavovej premennej zapísanej v poli vstupov. V našom prípade môžeme použiť pole ARRAY_u, ktoré sme použili pri prenosovej funkcii, keďže všetky modely sú budené rovnako.

Stavové premenné – x

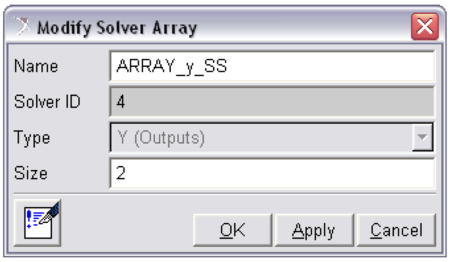
Pole stavových premenných vytvoríme podobne ako pri prenosovej funkcii a nazveme ho ARRAY_x_SS.



Obr. 10 Definícia poľa stavových premenných pre SS

Výstup – y

Výstupy budeme ukladať do poľa výstupov s názvom ARRAY_y_SS.



Obr. 11 Definícia poľa výstupných premenných pre SS

Matice

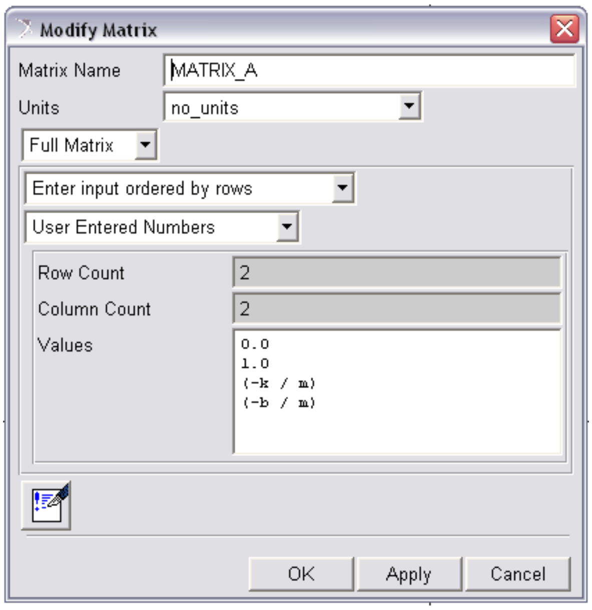
V ďalšom je potrebné nadefinovať jednotlivé matice a vektory charakterizujúce model v stavovom priestore. Matice pre tieto účely definujeme v menu:

MB >> Build >> Data Elements >> Matrix >> New ...

Matica A

Systémovú maticu A nazveme MATRIX_A. Z predchádzajúceho vidíme, že A je definovaná ako:

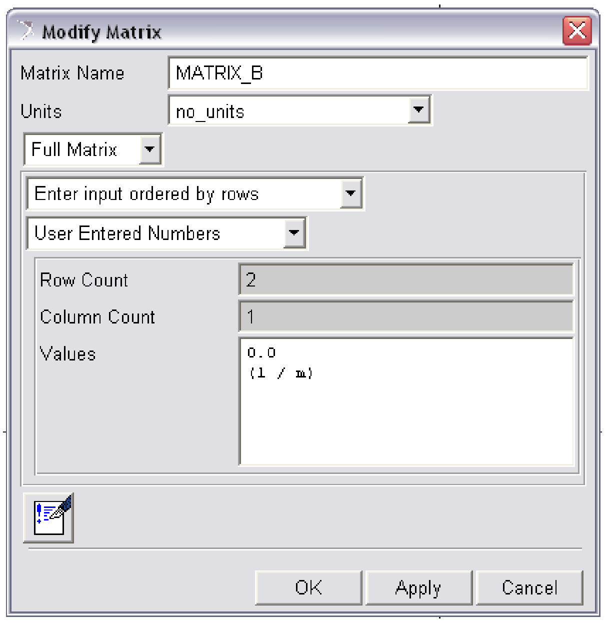
$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}} & -\dfrac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{m}} \end{bmatrix}$$



Obr. 11 Definícia systémovej matice A pre SS

Matica B

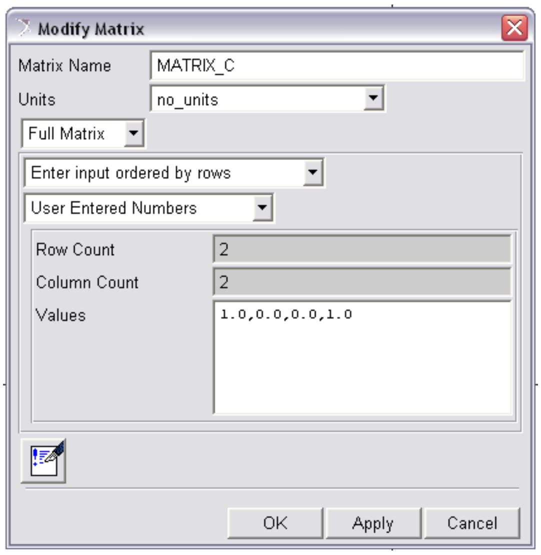
Maticu vstupu B nazveme MATRIX_B a definujeme obdobne:



Obr. 12 Definícia matice vstupu B pre SS

Matica C

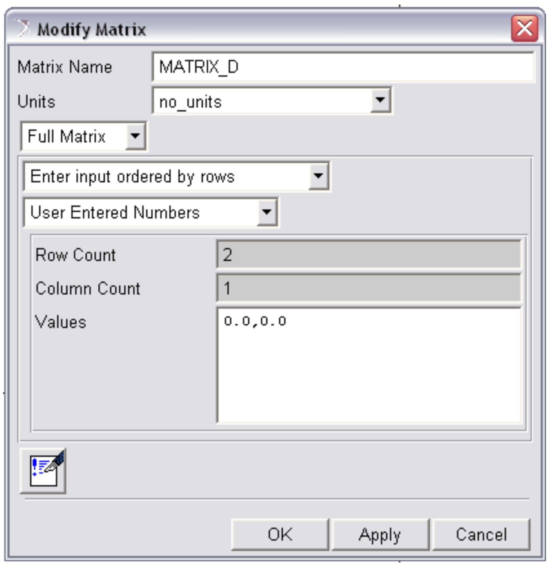
Matica výstupu C je jednotková a má názov MATRIX_C.



Obr. 13 Definícia matice výstupu C pre SS

Matica D

Matica prenosu D je nulová a má názov MATRIX_D.



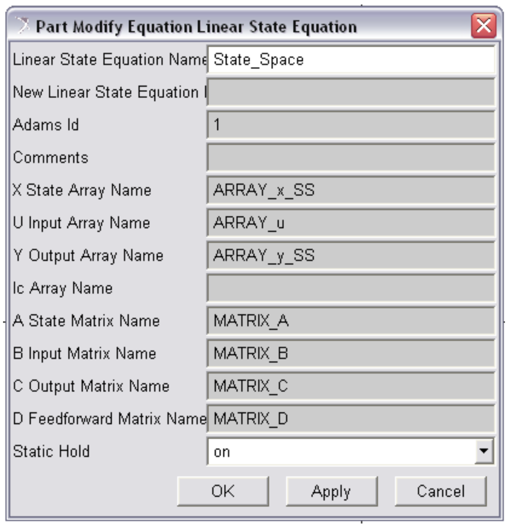
Obr. 14 Definícia matice prenosu D pre SS

Model v stavovom priestore – Linear State Equations

Model sústavy s jedným stupňom voľnosti v stavovom priestore nazveme State_Space, zadefinujeme v menu:

MB >> System Elements >> Linear State Equations >> New …

a doplníme jeho parametre.

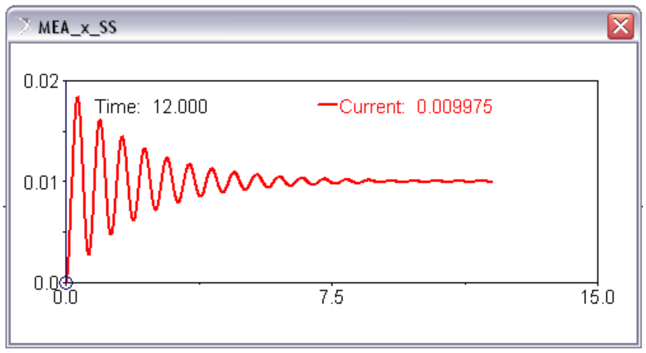


Obr. 15 Definícia modelu v stavovom priestore

Pre porovnanie si vytvoríme merač s názvom MEA_x_SS so syntaxou:

MB >> Build >> Measure >> Function >> New …

ARYVAL(ARRAY_y_SS,1)



Obr. 16 Priebeh výstupu z modelu State_Space (posunutie ťažiska telesa PART_2)

3 Model vo forme diferenciálnej rovnice Ordinary Differential Equation - ODE

V predchádzajúcich kapitolách sme uviedli, že pohyb sústavy možno opísať diferenciálnou rovnicou II. rádu:

$$m\ddot{x}(t)+b\dot{x}(t)+kx(t)=F(t)$$

Keďže program MSC.ADAMS umožňuje definovať iba diferenciálnu rovnicu I. rádu, opäť zavádzame premennú *v(t)* (rýchlosť telesa PART_3). Potom môžeme diferenciálnu rovnicu II. rádu prepísať na sústavu dvoch diferenciálnych rovníc I. rádu s novým označením nasledovne:

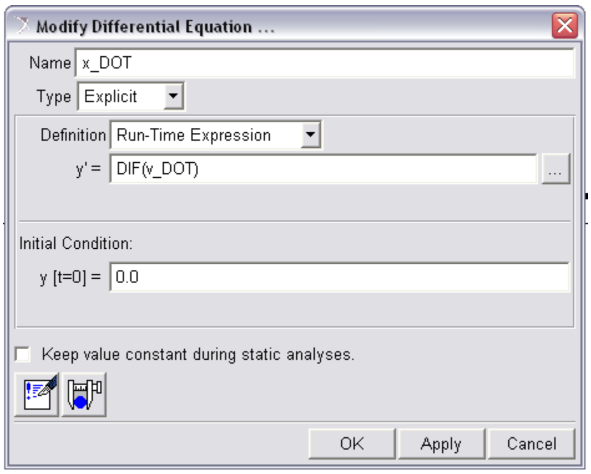
$$\text{x\_DOT}=\dot{x}(t)=v(t)$$

$$\text{v\_DOT}=\dot{v}(t)=-\frac{b}{m}v(t)-\frac{k}{m}x(t)+\frac{1}{m}F(t)$$

Diferenciálne rovnice nájdeme v menu:

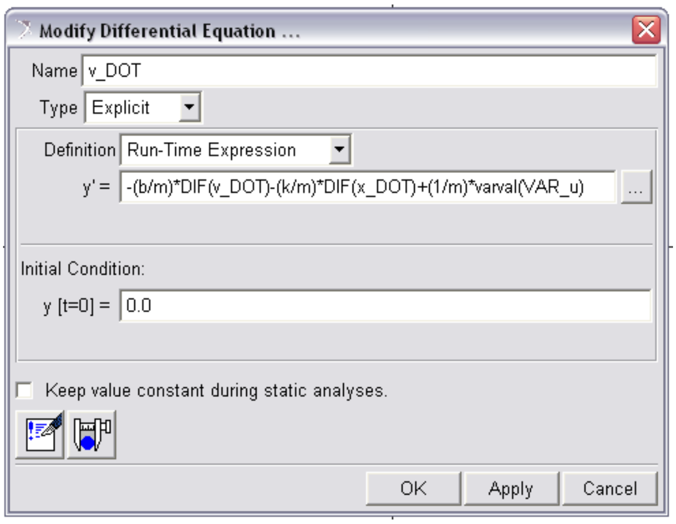
MB >> Build >> System Elements >> Differential Equations >> New …

Najprv zadefinujeme v explicitnej forme prvú diferenciálnu rovnicu, ktorú nazveme x_DOT („x s bodkou"). Príkaz DIF znamená integráciu diferenciálnej rovnice v_DOT, ktorá ešte nie je vytvorená, preto programu vyhlasuje chybu pri ukladaní rovnice.



Obr. 17 Definícia diferenciálnej rovnice x_DOT

Podobným spôsobom zadefinujeme diferenciálnu rovnicu v_DOT.

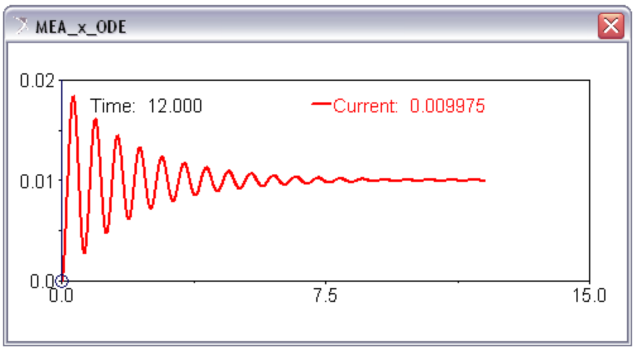


Obr. 18 Definícia diferenciálnej rovnice v_DOT

Pre porovnanie znovu nadefinujeme merač výstupu z diferenciálnej rovnice. Keďže diferenciálna rovnica nám poskytuje hodnotu prvej derivácie, pre získanie polohy je potrebné túto premennú integrovať príkazom DIF. Merač nazveme MEA_x_ODE a zadefinujeme štandardne v menu

MB >> Build >> Measure >> Function >> New ...

DIF(x_DOT)



Obr. 19 Priebeh integrovanej hodnoty diferenciálnej rovnice x_DOT (posunutie ťažiska telesa PART_2)