

2-25510 Technická mechanika I

9. Cvičenie

Kinematika bodu, translačný, rotačný a všeobecný pohyb telesa

Priamočiary pohyb bodu telesa

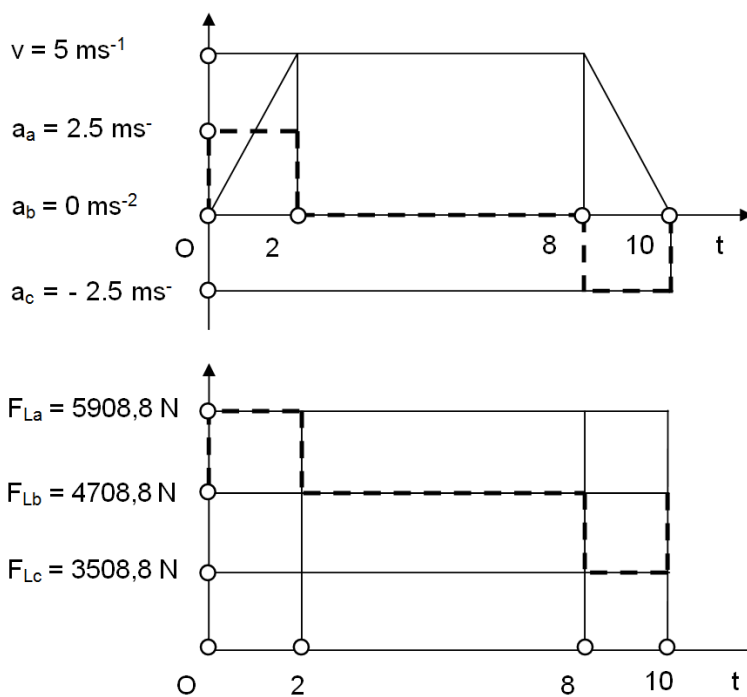
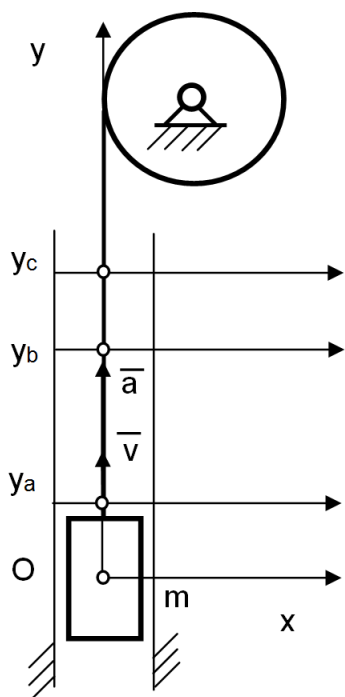
Príklad č.1

Uvažujme kabínu výtahu na obr.1a ako hmotný bod, ktorý sa z pokoja bude pohybovať predpísaným časovým priebehom rýchlosti (obr.1 b), kde za čas $t_a = 2\text{s}$ kabína nadobudne rýchlosť $v_a = 5\text{ ms}^{-1}$, tú si udrží do času $t_b = 8\text{s}$ a v čase $t_c = 10\text{s}$ zastaví.

Úlohy:

Akú výšku voči bodu O dosiahne kabína výtahu

- po rozbehu za čas $t = 2\text{s}$, (y_a),
- po ustálenom pohybe za čas $t = 6\text{s}$, (y_b),
- po brzdení za čas $t = 2\text{s}$, (y_c).



Obr.1 a) polohy kabíny výtahu, b) priebeh rýchlosti, zrýchlenia a spomalenia kabíny výtahu,

Riešenie:

1. úsek (rozbeh). za čas $t_a = 2\text{s}$ bude mať kabína rýchlosť $v_a = 5\text{ ms}^{-1}$,
 Teoretické východiská:

Pre konštantné zrýchlenie $a = a_c$ a začiatočné podmienky $t_0 = 0, v_0 = 0, s_0 = 0$ je priebeh rýchlosti daný rovnicou $v = v_0 + a_c t$ a priebeh dráhy je daný rovnicou $s = s_0 + v_0 t + 0.5 a_c t^2$.

Vzhľadom na začiatkové podmienky: $t_0 = 0, v_0 = 0, s_0 = 0$, zrýchlenie $a_a = \frac{v_a}{t_a}$, $a_a = 2,5 \text{ ms}^{-2}$ bude konštantné. Prebehnutú dráhu určíme zo vzťahu $s = \frac{1}{2}at^2$, teda $y_a = 5 \text{ m}$.

2. úsek (rovnomerný pohyb). Rýchlosť $v_b = 5 \text{ ms}^{-1}$, $a_b = 0 \text{ ms}^{-2}$.

Teoretické východiská: Prebehnutú dráhu určíme zo vzťahu $s = vt$, $s = 5 \cdot 6 = 30 \text{ m}$, potom $y_b = 35 \text{ m}$.

3. úsek (brzdenie). Spomalenie $a_c = 2,5 \text{ ms}^{-2}$ bude konštantné.

Prebehnutú dráhu určíme zo vzťahu $s = \frac{1}{2}at^2$, $s = 0,5 \cdot 2,5 \cdot 2^2 = 5 \text{ m}$,
 $y_c = 40 \text{ m}$.

Rotačný pohyb telesa

Príklad č.2

Kruhový zotrvačník sa otáča podľa danej funkcie času $\varphi = f_1(t)$: $\varphi = \lambda t^3$, kde λ je parameter, pričom v čase $t_0 = 0$ je $\varphi = 0$ a v čase $t = 2 \text{ s}$ má zotrvačník otáčky $n = 360 \text{ ot/min}$. Úlohou je vypočítať priebeh uhlovej rýchlosti $\omega = f_2(t)$ a priebeh uhlového zrýchlenia $\alpha = f_3(t)$ otáčania zotrvačníka.

Riešenie:

Z teórie je veľkosť uhlovej rýchlosti $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, potom $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 3\lambda t^2$. Vzhľadom

na to, že $\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} \text{ s}^{-1}$, potom $n = \frac{30\omega}{\pi} = \frac{30 \cdot 3\lambda t^2}{\pi} = \frac{90\lambda t^2}{\pi} \text{ ot/min}$, pre $t = 2 \text{ s}$,

$$n = 360 \text{ ot/min}, \lambda = \frac{\pi n}{90t^2} = \frac{\pi \cdot 360}{360} = \pi.$$

Po dosadení do danej funkcie bude $\varphi = \lambda t^3 = \pi t^3$, a uhlová rýchlosť $\omega = 3\lambda t^2$.

Z teórie je veľkosť uhlového zrýchlenia $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$, potom $\alpha = 3\pi \cdot 2t = 6\pi t$.

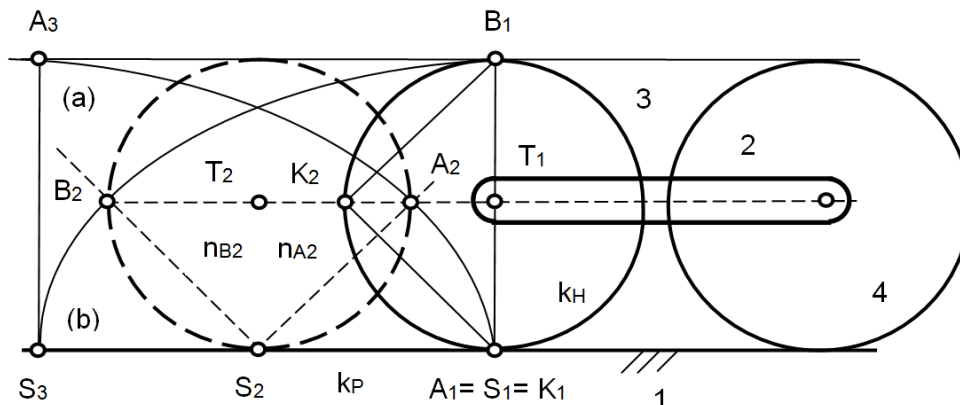
Všeobecný pohyb telesa

Príklad č.3

Pri valení kola 3 po ceste 1 sa na obr.2 úsečka $\overline{A_1B_1}$ premiestni z východiskovej polohy $\overline{A_1B_1}$ do konečnej polohy $\overline{A_2B_2}$ a jej body a jej body A, B sa premiestňujú po ortocykloidách (a), (b).

Úloha:

- Zostrojte okamžitý stred otáčania $S_2 = (OSO_{31})_2$.
- Zostrojte nepohyblivú (pevnú) polódiu k_P .
- Zostrojte pohyblivú (hybnú) polódiu k_H .



Obr. 2 Valenie kolesa (pohyblivej polódie k_H) po ceste (nepohyblivá polódia k_P), dráha bodu kolesa pri valení: ortocykloida.

Riešenie:

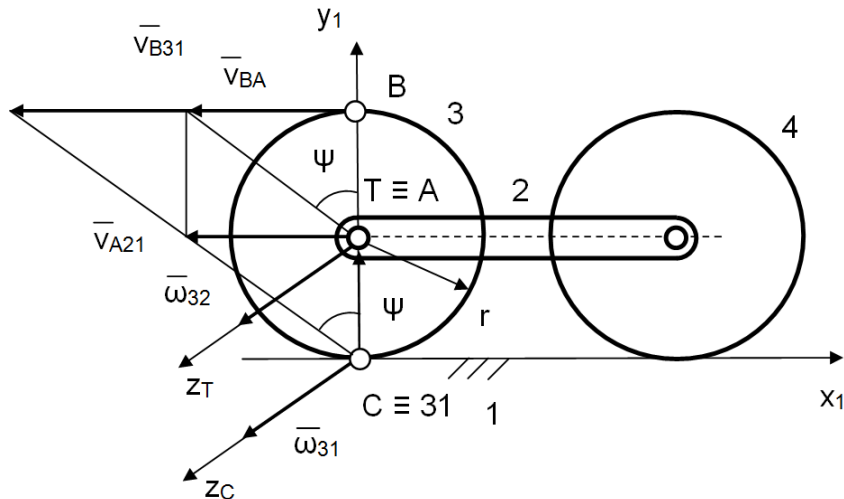
- Okamžitý stred otáčania $S_2 = (OSO_{31})_2$ zostrojíme ako priesečník $S_2 = n_{A_2} \times n_{B_2}$ normál k dráham (a), (b) bodov A, B.
- Nepohyblivá (pevná) polódia k_P bude spojnica okamžitých stredov otáčania $\{S_i\}$ pri všeobecnom pohybe 3/1 kolesa 3 voči rámu 1 zakreslenú v nepohyblivej rovine.
- Keď trojuholník $\Delta(A_2B_2S_2)$ s úsečkou $\overline{A_2B_2}$ na obr.2 premiestnime do východiskovej polohy úsečky $\overline{A_1B_1}$, dostaneme bod K_2 na kružnici kolesa 3. Bod K_2 je bodom pohyblivej roviny kolesa 3 a spojnica bodov $\{K_i\}$ je pohyblivá polódia k_H , ktorá je súčasťou kolesa 3.

Príklad č.4

Stred $A \equiv T$ kolesa 3 (na obr. 3) s polomerom $r = 0.2$ m má danú rýchlosť $v_{A21} = 60$ km/hod rovnakú ako rám 2 vozidla $\bar{v}_{A31} = \bar{v}_{A21}$.

Úloha:

Aká je rýchlosť \bar{v}_{B31} bodu B na obvodě kolesa 3 pri všeobecnom pohybe 3/1 podľa teórie nahradenia všeobecného pohybu telesa 3/1 fiktívnymi pohybmi ktorú navrhli Cauchy (1827) a Poisson (1834).



Obr. 3 Všeobecný pohyb 3/1 kolesa 3.

Riešenie:

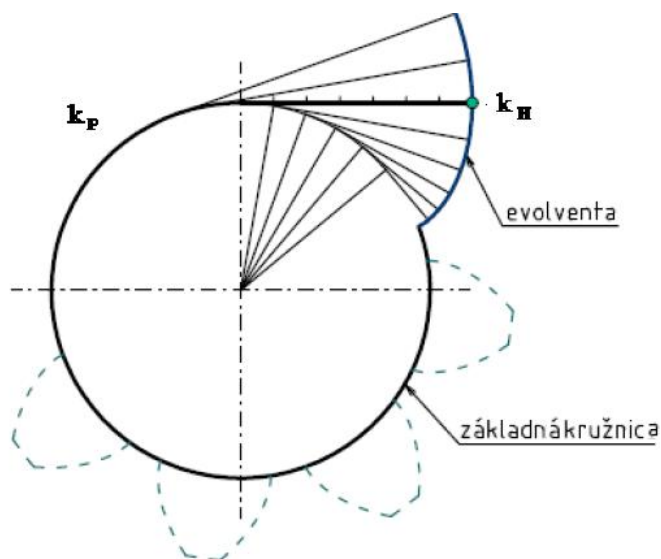
Fiktívny translačný pohyb reprezentuje bod $A \equiv T$ a fiktívny rotačný má os prechádzajúcu bodom T. V rovnici $\bar{v}_{B31} = \bar{v}_{A31} + \bar{v}_{BA31}$ podľa teórie všeobecného pohybu 3/1 kolesa 3 je rýchlosť $\bar{v}_{BA31} = \bar{\omega}_{31} \times \bar{r}_{BA}$ pri fiktívnej rotácii. Po prepočítaní danej rýchlosti $v_{A21} = 60 \text{ km/hod}$ je okamžitá rýchlosť $v_{A31} = 16,6 \text{ ms}^{-1}$. Pri rotačnom pohybe je okamžitá uhlová rýchlosť

$$\omega_{31} = \frac{v_{BA31}}{r_{BA}} = \frac{16,6}{0,2} = 83 \text{ rad s}^{-1}.$$

Potom výsledná rýchlosť bude $v_{B31} = v_{A31} + v_{BA31} = 2 \cdot 16,6 = 33,2 \text{ ms}^{-1}$.

Využitie polódií v priemysle

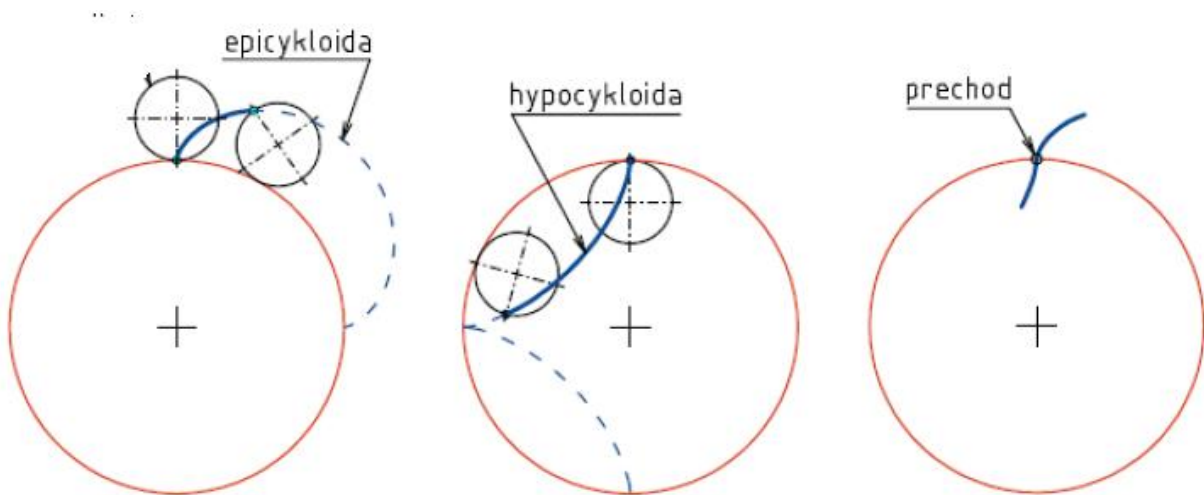
Najrozšírenejšie je evolventné ozubenie k_H : priamka, k_P : kružnica



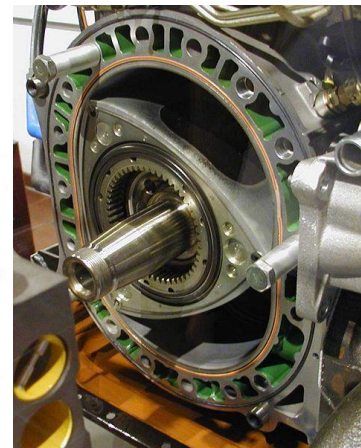
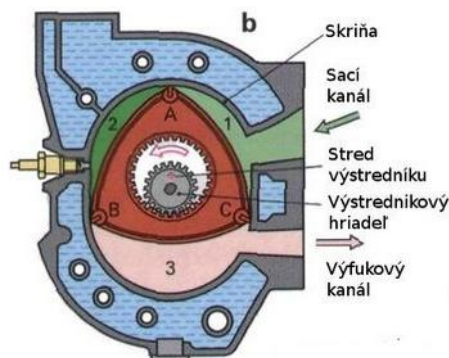
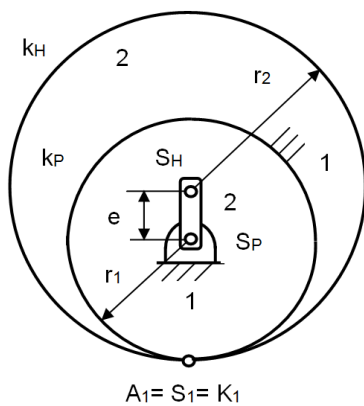
Prevod čelných ozubení do $i = 10$, šnekových ozubení do $i = 100$.



Cykloidálne ozubenie



Wankelov motor

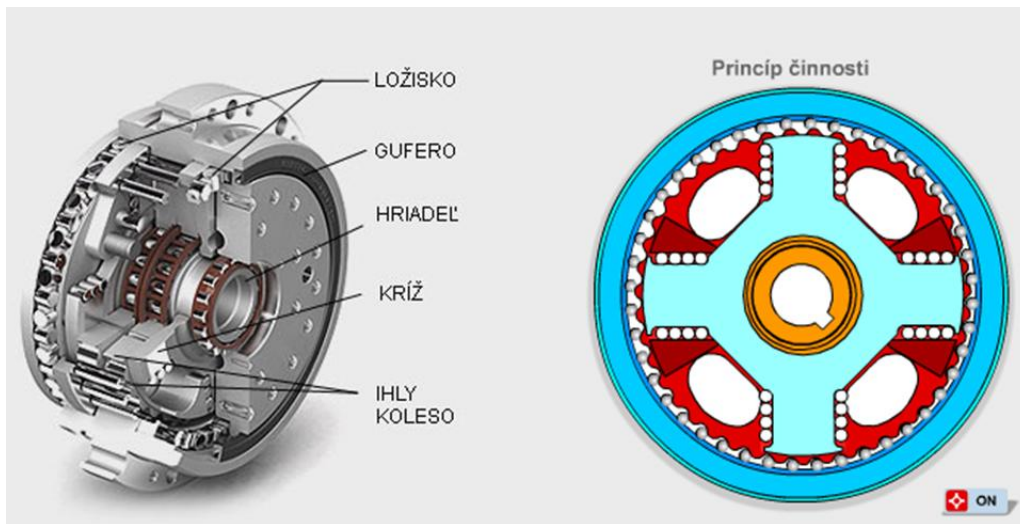


Pre Wankelov motor je vhodný pomer $\frac{r_2}{r_1}$ polomeru r_2 hybnej polódie k_H a polomeru r_1 pevnej polódie k_P : $\frac{r_2}{r_1} = \frac{3}{2}$ a excentricita $e = \frac{1}{3}r_2$. Hybná polódia k_H sa pri pericykloidálnom pohybe odvaľuje po pevnej polódii k_P , pričom tvar spaľovacej komory je daný trochoidnou dráhou bodu A hrany piesta.

Podstata slovenského patentu TwinSpin

V podniku Spinea vyrábajú prevodovky TwinSpin ako integráciu vysoko presného redukčného prevodu a radiálno-axiálneho ložiska do kompaktného celku. DriveSpin je hnaca jednotka s prevodovkou. Autor vynálezu je Ing. B. Janek. Prevod i je od 31 do 180.

<http://www.youtube.com/watch?v=QqlkNk4QYAA>



V prevodovke TwinSpin sa pri pericykloidálnom krúžení hybnej polódie k_H po pevnej polódii k_P prenáša krútiaci moment zo vstupného hriadeľa na vnútorné ozubenie výstupného kolesa prostredníctvom o niečo menšieho krúžiaceho kolesa, ktoré sa opiera o kríž. Medzi akýmikoľvek súčiastkami reduktora dochádza len k valivému treniu, aby sa vylúčilo kízne trenie, ktoré by znižovalo účinnosť prevodu. Navyac zdvojením komponentov prevodovky sa podarilo zrušiť neželateľné dynamické účinky.