

2-25510 Technická mechanika I

10. Cvičenie

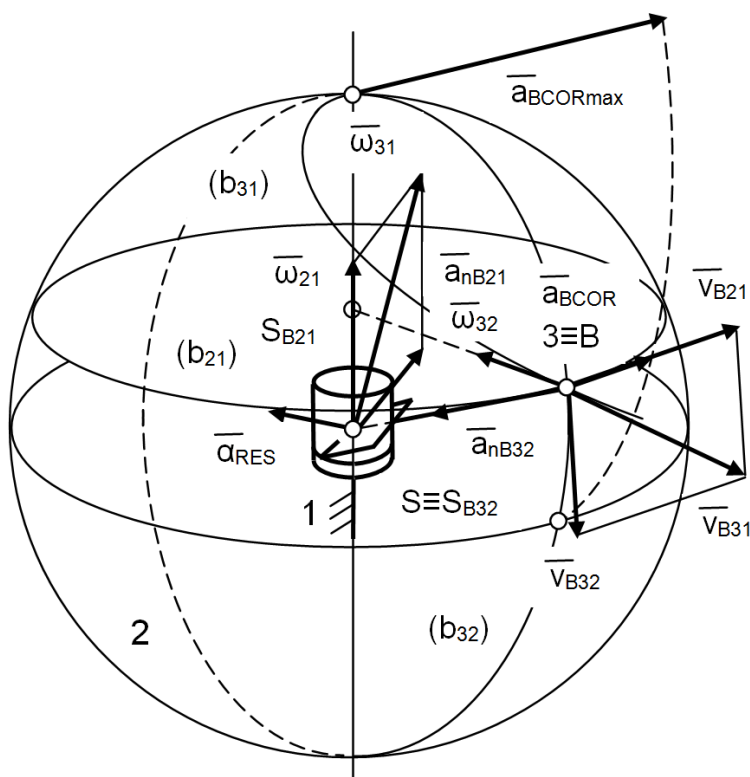
Rýchlosti a zrýchlenia počas súčasných pohybov troch telies

Príklad č.1 Dané sú súčasné pohyby troch telies: auto ($3 \equiv B$) na obr.1 ako bod B sa pohybuje voči Zemi (2) pozdĺž poludníka stálou rýchlosťou $v_{B32} = 20 \text{ ms}^{-1}$, Zem (2) sa otáča voči pozorovateľovi v strede Zeme ($1 \equiv S$) stálou uhlovou rýchlosťou $\omega_{21} = 0.0017 \text{ rads}^{-1}$ okolo osi prechádzajúcou stredom Zeme ($1 \equiv S$).

Úlohy:

Treba určiť:

1. výslednú uhlovú rýchlosť $\bar{\omega}_{31}$,
2. výsledné uhlové zrýchlenie $\bar{\alpha}_{31}$,
3. kam smeruje Résalovo uhlové zrýchlenie $\bar{\alpha}_{\text{RES}}$,
4. výslednú rýchlosť \bar{v}_{B31} ,
5. výsledné zrýchlenie \bar{a}_{B31} ,
6. kde bude najväčšie Coriolisovo zrýchlenie \bar{a}_{BCORmax} ,
7. kde bude najmenšie Coriolisovo zrýchlenie \bar{a}_{BCORmin} .



Obr.1 Súčasné pohyby troch telies: auto ($3 \equiv B$), Zem (2), pozorovateľ v strede Zeme ($1 \equiv S$).

Riešenie:

- 1. výslednú uhlovú rýchlosť** určíme z rovnice $\bar{\omega}_{31} = \bar{\omega}_{32} + \bar{\omega}_{21}$, kde $\bar{\omega}_{32}$ je okamžitá uhlová rýchlosť pri lokálnom relatívnom pohybe 3/2 a $\bar{\omega}_{21}$ je okamžitá uhlová rýchlosť pri unášavom pohybe 2/1.
- 2. výsledné uhlové zrýchlenie** určíme z rovnice $\bar{\alpha}_{31} = \bar{\alpha}_{32} + \bar{\alpha}_{21} + \bar{\alpha}_{RES}$.
- 3. Résalovo uhlové zrýchlenie** $\bar{\alpha}_{RES}$ určíme z rovnice $\bar{\alpha}_{RES} = \bar{\omega}_{21} \times \bar{\omega}_{32}$.
- 4. výslednú rýchlosť** určíme z rovnice $\bar{v}_{B31} = \bar{v}_{B32} + \bar{v}_{B21}$.
- 5. výsledné zrýchlenie** $\bar{a}_{B31} = \bar{a}_{B32} + \bar{a}_{B21} + \bar{a}_{BCOR}$, určíme ako súčet lokálne relatívneho \bar{a}_{B32} , unášavého \bar{a}_{B21} a Coriolisovho zrýchlenia \bar{a}_{BCOR} .
- 6. Coriolisovo zrýchlenie** $\bar{a}_{BCOR} = 2\bar{\omega}_{21} \times \bar{v}_{B32}$ bude mať najväčšiu hodnotu $\bar{a}_{BCORmax}$ vektorového súčinu, teda keď budú nositeľky vektorov $\bar{\omega}_{21}, \bar{v}_{B32}$ na seba kolmé, teda keď uhol $\varphi = \sphericalangle(\bar{\omega}_{21}, \bar{v}_{B32})$ nadobudne hodnotu $\varphi = \pi/2$ čo nastane vtedy, keď bod B bude v mieste severného pólu.
- 7. Coriolisovo zrýchlenie** $\bar{a}_{BCOR} = 2\bar{\omega}_{21} \times \bar{v}_{B32}$ bude mať najmenšiu hodnotu $\bar{a}_{BCORmin}$ keď budú nositeľky vektorov $\bar{\omega}_{21}, \bar{v}_{B32}$ kolineárne, teda pre uhol $\varphi = \pi$, čo nastane vtedy, keď bod B bude priesečník poludníka a rovníka.

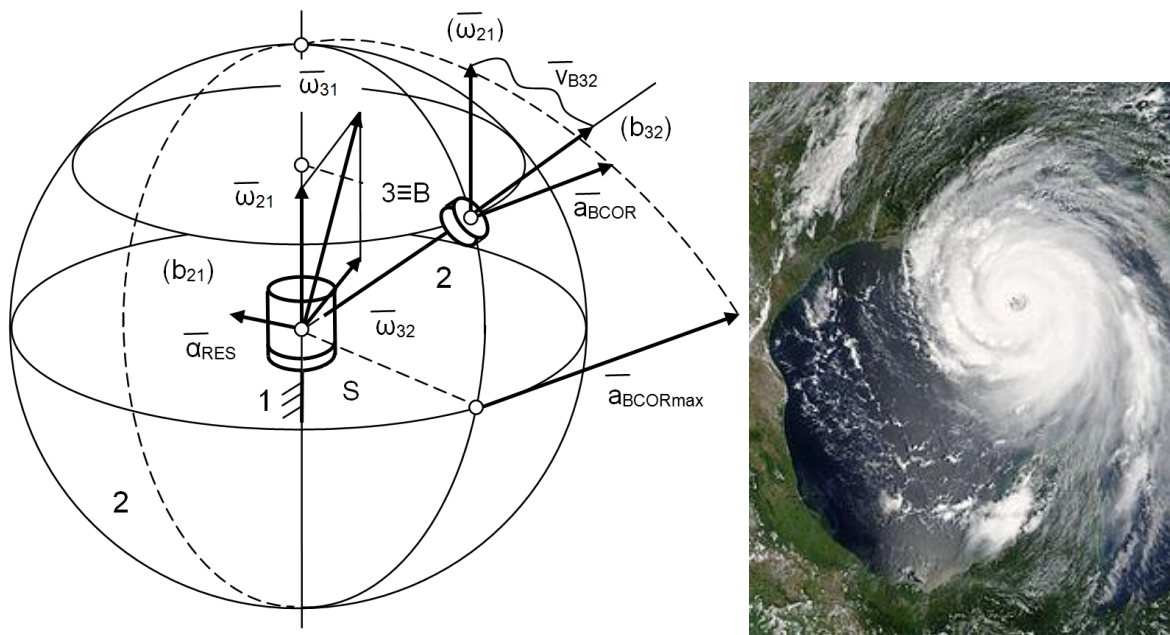
Príklad č.2

Dané sú súčasné pohyby troch telies: stúpajúci teplý vzduch predstavuje teleso 3, ktorého bod ($3 \equiv B$) na obr.1 sa pohybuje voči Zemi (2) radiálne po spojnici so stredom Zeme stálou rýchlosťou $v_{B32} = 20 \text{ ms}^{-1}$ a Zem (2) sa otáča voči pozorovateľovi v strede Zeme ($1 \equiv S$) stálou uhlovou rýchlosťou $\omega_{21} = 0.0017 \text{ rads}^{-1}$ okolo osi prechádzajúcou stredom Zeme ($1 \equiv S$).

Úlohy:

Treba určiť:

1. výslednú uhlovú rýchlosť $\bar{\omega}_{31}$,
2. výsledné uhlové zrýchlenie $\bar{\alpha}_{31}$,
3. kam smeruje Résalovo uhlové zrýchlenie $\bar{\alpha}_{RES}$,
4. výslednú rýchlosť \bar{v}_{B31} ,
5. výsledné zrýchlenie \bar{a}_{B31} ,
6. kde bude najväčšie Coriolisovo zrýchlenie $\bar{a}_{BCORmax}$,
7. kde bude najmenšie Coriolisovo zrýchlenie $\bar{a}_{BCORmin}$.



Obr.1 a) Súčasné pohyby troch telies: stúpajúci teplý vzduch ($3 \equiv B$), Zem (2), pozorovateľ v strede Zeme ($1 \equiv S$), b) pravotočivý hurikán na severnej pologuli v dôsledku Coriolisovej sily.

Riešenie:

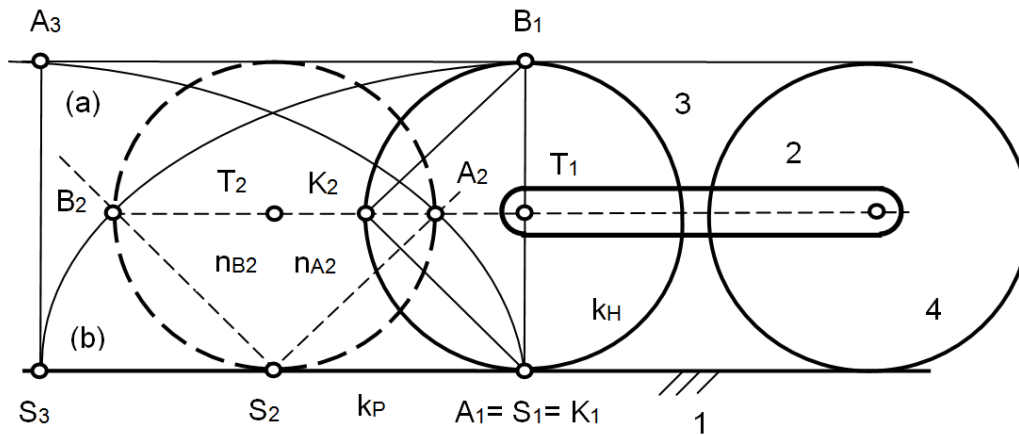
Podľa príkladu 1.

Príklad č.3

Stred $A \equiv T$ kola 3 (na obr.2) s polomerom $r = 0.2 \text{ m}$ má danú rýchlosť $v_{A21} = 60 \text{ km/hod}$ rovnakú ako rám 2 vozidla $\bar{v}_{A31} = \bar{v}_{A21}$. Pri valení kola 3 po ceste 1 sa úsečka $\overline{A_1B_1}$ premiestni z východiskovej polohy $\overline{A_1B_1}$ do konečnej polohy $\overline{A_2B_2}$ a jej body A, B sa premiestňujú po ortocykloidách (a), (b).

Úlohy:

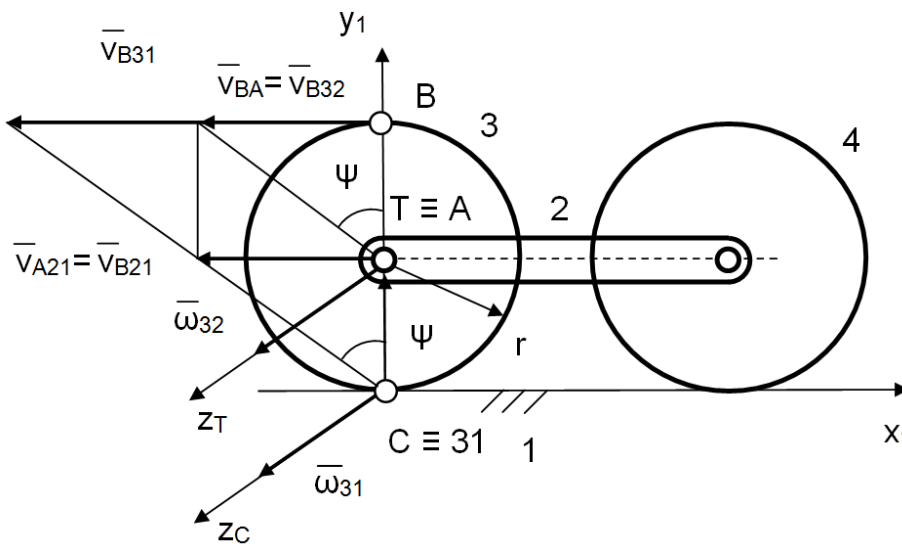
- Aká je výsledná okamžitá uhlová rýchlosť $\bar{\omega}_{31}$ pri valení kola 3 po ceste 1.
- Aká je výsledná rýchlosť \bar{v}_{B31} bodu B na obvode kola 3 pri všeobecnom pohybe 3/1 podľa teórie nahradenia všeobecného pohybu telesa 3/1 fiktívnymi súčasnými pohybmi (unášavým posunutím 2/1 a lokálnou relatívnou rotáciou 3/2).
- Porovnajzte riešenie s nahradením všeobecného pohybu telesa 3/1 fiktívnym translačným pohybom, ktorý reprezentuje bod $A \equiv T$ a fiktívnym rotačným pohybom s osou prechádzajúcou bodom T podľa teórie, ktorú navrhli Cauchy a Poisson.



Obr. 2 Valenie kolesa (pohyblivej polódie k_H) po ceste (nepohyblivá polódia k_P), dráha bodu kolesa pri valení: ortocykloida.

Riešenie:

- Výslednú okamžitú uhlovú rýchlosť $\bar{\omega}_{31}$ pri valení kolesa 3 po ceste 1 určíme podľa rovnice $\bar{\omega}_{31} = \bar{\omega}_{32} + \bar{\omega}_{21}$, kde $\bar{\omega}_{32}$ je okamžitá uhlová rýchlosť pri lokálnom relatívnom pohybe 3/2 a $\bar{\omega}_{21}$ je okamžitá uhlová rýchlosť pri unášavom pohybe 2/1. Nakoľko pri posuvnom pohybe 2/1 je $\bar{\omega}_{21} = \bar{0}$, potom $\bar{\omega}_{31} = \bar{\omega}_{32}$.



Obr. 3 Všeobecný pohyb 3/1 kolesa 3.

- Výslednú okamžitú rýchlosť \bar{v}_{B31} bodu B určíme podľa rovnice $\bar{v}_{B31} = \bar{v}_{B32} + \bar{v}_{B21}$ ako súčet unášavej \bar{v}_{B21} a lokálne relatívnej rýchlosti \bar{v}_{B32} .