

2-25510 Technická mechanika I

12. Prednáška

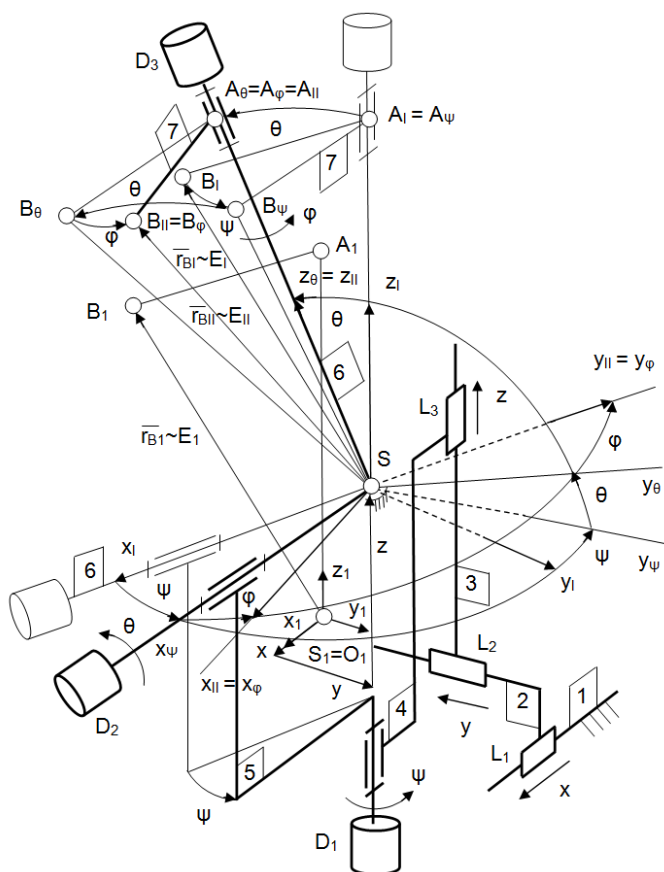
Kinematika všeobecného pohybu telesa v priestore

Nahradenie všeobecného priestorového pohybu telesa podľa Cauchyho-Poissona a podľa Mozziho-Chaslesa. Využitie vlastností všeobecného priestorového pohybu telesa v praxi.

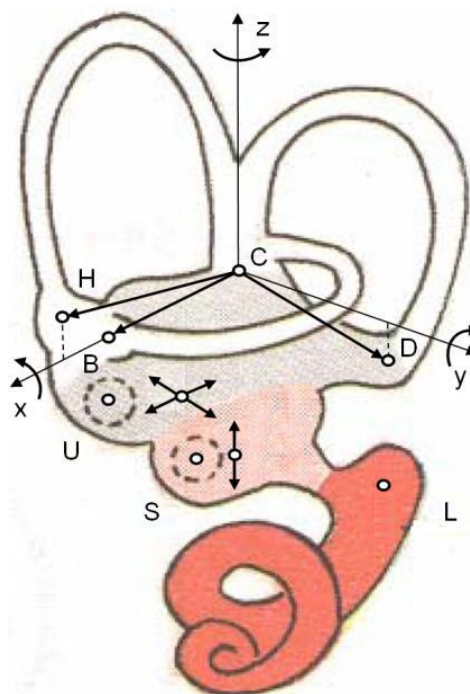
1. Nahradenie všeobecného priestorového pohybu telesa podľa Cauchyho-Poissona

Návrh Cauchy-Poissona	Podľa návrhu Cauchy-Poissona sa všeobecný priestorový pohyb telesa E dá nahradiť posunutiami (x,y,z) lokálnej súradnicovej sústavy telesa E so začiatkom S na obr.1 a sférickým premiestnením pomocou Eulerových uhlov (ψ, θ, φ) , lebo pohyblivosť voľného telesa v priestore je $n_v = 6$.
Polohovač	Polohovač má tri polkruhové kanáliky (ductus semicirculares) s rozšírenými ampulami H, B, D , horný vajcovitý vak U (utricleus), dolný guľatý vak S (saccus) a je súčasťou vnútorného ucha (obr.1).
Vnímanie posuvného pohybu	Na zmeny polohy hlavy voči začiatku C lokálnej súradnicovej sústavy $C(x,y,z)$ polohovača pri posuvnej (translačnej) časti nahradenia všeobecného pohybu (rozbeh a dobeh) premiestnenia hlavy z východiskovej do cieľovej polohy reagujú vláskové bunky hornom U a dolnom S vaku. Na prúdenie vnútornej tekutiny (endolymfy) pri vodorovnom posuvnom premiestnení hlavy (predo-zadné a ľavo-pravé) reagujú vláskové bunky hornom vaku U a pri zvislom posuvnom premiestnení hlavy (hore, dolu) reagujú vláskové bunky v dolnom vaku S .
Vnímanie sférického pohybu	Začiatok a ukončenie sférickej časti všeobecného pohybu (rozbeh a dobeh) premiestnenia hlavy z východiskovej do cieľovej polohy vyvolá prúdenie vnútornej tekutiny (endolymfy) v hornom H , bočnom B a dolnom D kanáliku. Takto vnímame zmeny polohy osí x, y, z polohovacieho orgánu (polohovača) vo vnútornom uchu pri sférickom pohybe hlavy voči začiatku v bode C .
OM - otvorený Mechanizmus	Na polohovanie telesa E v priestore otvoreným mechanizmom OM, ktorý má v štruktúre počet $s = u - 1$ geometrických väzieb, kde u je počet členov, s geometrickými väzbami typu $t = 5$ je potrebné aby

mal OM pohyblivosť $n = 6$. Zo vzťahu $n = n_v(u-1) - \sum_{i=1}^{t_m} t s_i$ pre výpočet pohyblivosti mechanizmu vyplýva, že potom počet členov OM je $u = 7$ a bude mať tri posuvné a tri rotačné geometrické väzby, teda $s = 6$. Otvorený mechanizmus má na na premiestnenie telesa E z východiskovej polohy $\overline{S_1 B_1} \equiv E$ posunutiami (o Karteziánske súradnice x, y, z) do medzipolohy $\overline{S B_1} \equiv E_I$ lineárne motorčeky L_1, L_2, L_3 a na sférické premiestnenie otočeniami o Eulerove uhly (ψ, θ, ϕ) do konečnej polohy $\overline{S B_{II}} \equiv E_{II}$ má motorčeky D_1, D_2, D_3 , pričom uhol $\psi \equiv \sphericalangle(x_I, x_\psi)$ je uhol precesie, uhol $\theta \equiv \sphericalangle(z_I, z_{II})$ je uhol nutácie a uhol $\phi \equiv \sphericalangle(x_\psi, x_{II})$ je uhol lokálnej rotácie. Posunutia o Karteziánske súradnice x, y, z a pootočená o Eulerove uhly (ψ, θ, ϕ) sa môžu uskutočňovať za sebou alebo súčasne.



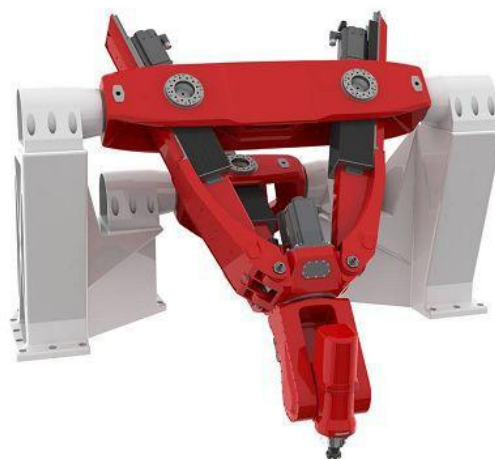
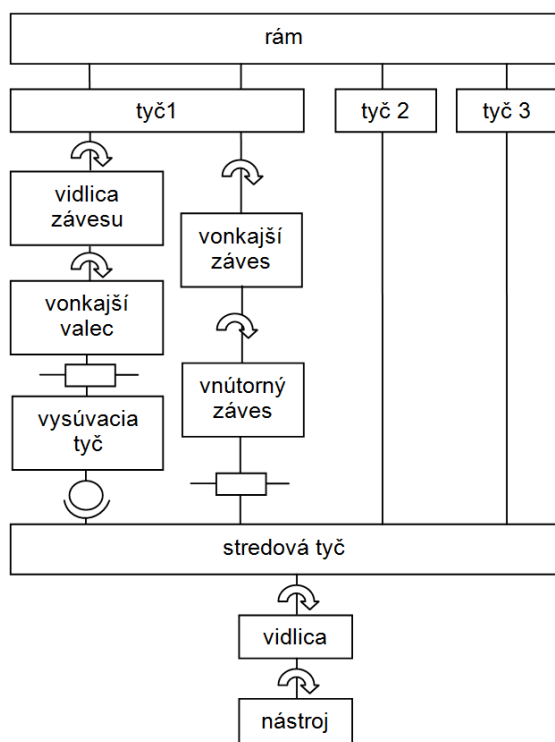
Obr.1 Otvorený mechanizmus na polohovanie telesa E v priestore.



Obr.2 Polohovač vo vnútornom uchu na snímanie polohy hlavy.

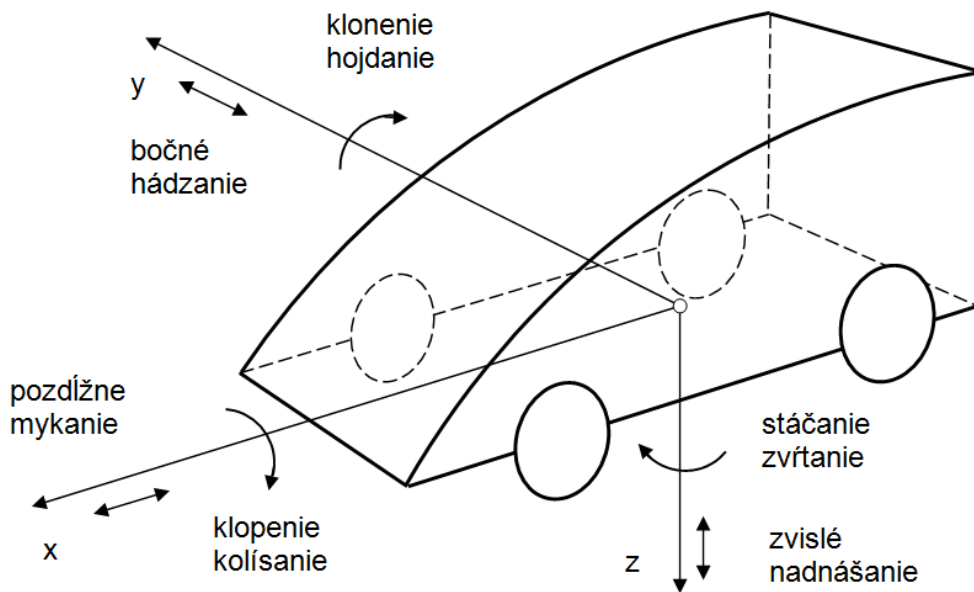
2. Využitie nahradenie všeobecného priestorového pohybu telesa podľa Cauchyho-Poissona v praxi.

Stroje s paralelnou štruktúrou (PKM) ako je na obr.3 slúžia na polohovanie nástroja a obrobku v priestore. Prvý priemyselne využiteľný PKM stroj Tricept, ktorý mal vysúvateľné tyče a stredovú tyč vynášiel K. E. Neumann (1988). Dnešná podoba Exechon má kombinovanú (hybridnú) štruktúru s uzatvorenou paralelnou štruktúrou (PKM) pôvodného Triceptu a otvorenou (sériovou) štruktúrou vidlice s nástrojom. Koncový bod stredovej tyče sa premiestňuje po vyžadovanej priestorovej trajektórii (polohovanie začiatku lokálnej súradnicovej sústavy hlavice) pričom hlavica s nástrojom sa premiestňuje sféricky.



Obr.3 Kombinovaná (hybridná) štruktúra stroja Exechon na polohovanie telesa nástroja v priestore.

Polohovanie Pre opísanie polohy telesa auta, lietadla, alebo lode v priestore používame názvy súvisiace s nahradením všeobecného pohybu podľa Cauchyho-Poissona posunutiami pozdĺž osí x , y , z a otočeniami okolo osí x , y , z na obr.4.



Obr.4 Posunutia pozdĺž osí x , y , z a otočenia okolo osí x , y , z .

3. Nahradenie všeobecného priestorového pohybu telesa podľa Mozziho a Chaslesa

Návrh Mozziho-
Chaslesa

Voľné teleso P na obr.5 s polohovým vektorom \overline{AL} . Mozzi (1763) prvý definoval skrutkový pohyb telesa v priestore ako jednu z možností nahradenia všeobecného pohybu telesa v priestore. Všeobecný priestorový pohyb telesa P sa dá podľa návrhu Mozziho-Chaslesa nahradiť fiktívnym posúvaním pozdĺž osi o_ω a fiktívnym otáčaním okolo tej istej osi o_ω . Všeobecný priestorový pohyb telesa P je potom tangenciálny skrutkový pohyb s okamžitou skrutkovou osou o_ω , nositeľkou kolineárnych vektorov $\overline{\omega}$ a \overline{v}_C .

Skrutkový pohyb

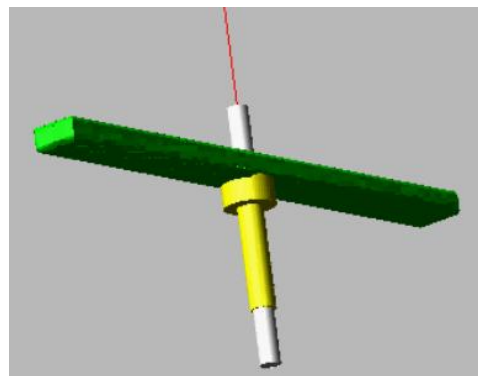
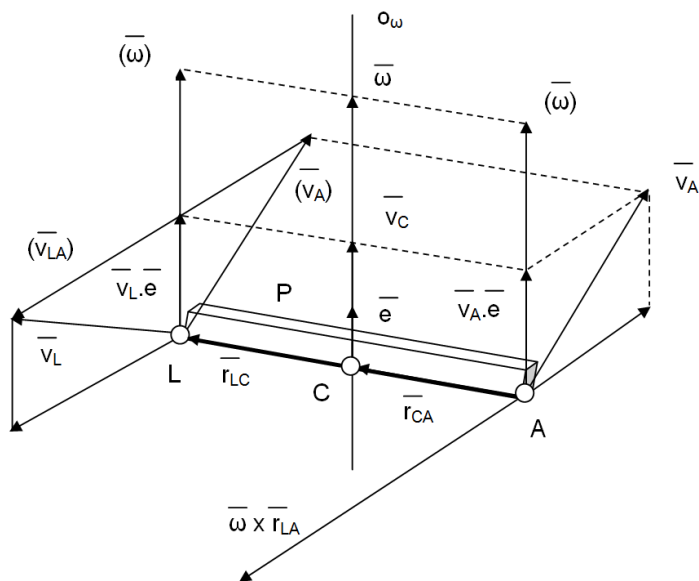
Pre danú rýchlosť \overline{v}_A bodu A je okamžitá rýchlosť \overline{v}_L bodu L telesa P podľa Cauchyho-Poissonovho nahradenia všeobecného pohybu daná vzťahom

$$\overline{v}_L = \overline{v}_A + \overline{\omega} \times \overline{r}_{LA} \quad (1)$$

kde rýchlosť \overline{v}_A je rýchlosť telesa P pri fiktívnom posuvnom pohybe a rýchlosť $\overline{v}_{LA} = \overline{\omega} \times \overline{r}_{LA}$ je rýchlosť bodu L vzhľadom na A pri fiktívnom rotačnom pohybe sprievodiča \overline{r}_{LA} okolo osi prechádzajúcej bodom A .

Po skalárnom vynásobení rovnice (1) jednotkovým vektorom \overline{e} nositeľky okamžitej uhlovej rýchlosti $\overline{\omega}$ dostaneme zovšeobecnený Kováčov invariant

(nemennú vlastnosť) rotačného poľa rýchlostí bodov
 telesa P



Obr.5 Tangenciálny skrutkový pohyb telesa P okolo skrutkovej osi o_ω .

Obr.6 Skrutkový pohyb vrtulky P okolo skrutkovej osi o_ω .

$$(\bar{v}_L \cdot \bar{e})\bar{e} = (\bar{v}_A \cdot \bar{e})\bar{e} = \text{const} = \bar{v}_{\min} = \bar{v}_C \quad (2)$$

podľa ktorého kolmé priemety rýchlostí všetkých bodov telesa P do smeru rovnobežného s nositeľkou okamžitej uhlovej rýchlosti $\bar{\omega}$ majú rovnakú (invariantnú) veľkosť.

Úlohou je nájsť polohu bodu C z telesa P, ktorého okamžitá rýchlosť \bar{v}_C bude kolineárna s vektorom okamžitej uhlovej rýchlosti $\bar{\omega}$, teda

$$\bar{\omega} \times \bar{v}_C = \bar{0} \quad (3)$$

Okamžitá rýchlosť \bar{v}_C bodu C podľa Cauchyho-Poissonovho nahradenia všeobecného pohybu bude

$$\bar{v}_C = \bar{v}_A + \bar{\omega} \times \bar{r}_{CA} \quad (4)$$

Na získanie polohového vektora \bar{r}_{CA} vynásobíme rovnicu (4) vektorovo zľava $\bar{\omega} \times$

$$\bar{\omega} \times \bar{v}_C = \bar{\omega} \times \bar{v}_A + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}_{CA}) \quad (5)$$

Vzhľadom na podmienku kolinearit (3) po úprave bude polohový vektor \bar{r}_{CA} bodu C voči bodu A:

$$\bar{r}_{CA} = \frac{\bar{\omega} \times \bar{v}_A}{\omega^2} \quad (6)$$

Bod C je bodom skrutkovej osi o_ω , nositeľky kolineárnych vektorov $\bar{\omega}$ a \bar{v}_C . Okamžitá rýchlosť \bar{v}_C posúvania telesa P a okamžitá uhlová rýchlosť $\bar{\omega}$

rotácie telesa P okolo skrutkovej osi o_ω sú viazané vzťahom

$$\bar{v}_C = k_0 \bar{\omega} \quad (7)$$

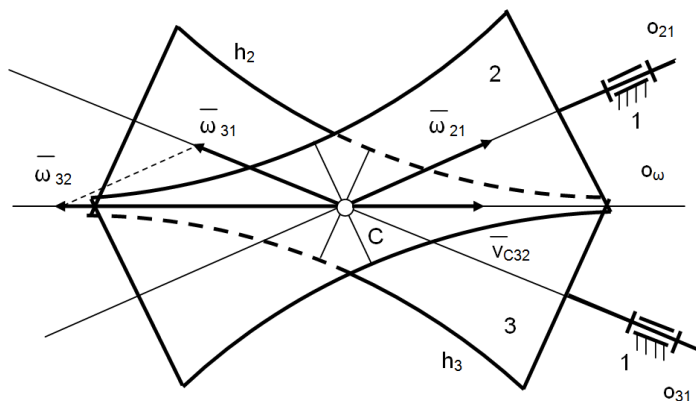
kde k_0 vyjadruje sklon dotyčnice k skrutkovým dráham bodov telesa P .

4. Využitie nahradenie všeobecného priestorového pohybu telesa podľa Mozziho a Chaslesa v praxi.

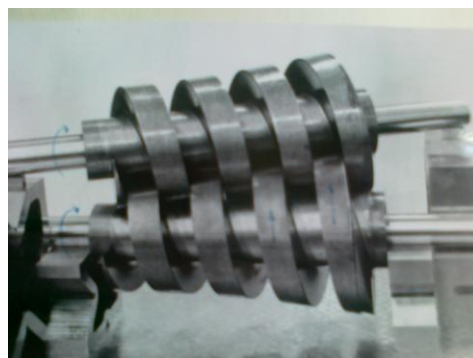
Využitie nahradenia všeobecného pohybu Návrh Mozziho-Chaslesa nahradí všeobecný pohyb telesa skrutkovým pohybom pozdĺž a okolo okamžitej osi o_ω bol východiskom pre viacero príkladov využitia v praxi.

Polódiové telesá Rotáciou skrutkovej osi o_ω na obr.7 okolo osi o_{31} vznikne prvý Poinssotov polódiový hyperboloid h_3 a rotáciou okolo osi o_{21} vznikne druhý Poinssotov polódiový hyperboloid h_2 , teda skrutková os o_ω je ich spoločná dotyčnica.

Hyperboloidné čerpadlo Podstata činnosti hyperboloidného čerpadla na obr.7 a obr.8 vychádza z Mozziho-Chaslesovho návrhu nahradí všeobecný pohyb telesa tangenciálnym skrutkovým pohybom s okamžitou osou o_ω . Obidva hnacie axoidy h_3 a h_2 hyperboloidného čerpadla s mimobežnými osami o_{31} a o_{21} majú na obr.8 pozdĺž povrchiek zuby a drážky, ktoré do seba zapadajú. Pri relatívnom skrutkovom pohybe zub jedného axoidu ženie v drážke druhého axoidu pozdĺž skrutkovej osi heterogénnu suspenziu bez toho, aby ju stláčal, preto je takéto hyperboloidné čerpadlo vhodné na čerpanie kalov v banskom priemysle ako aj na čerpanie zmesi drevných štiepkov v papierenskom priemysle.

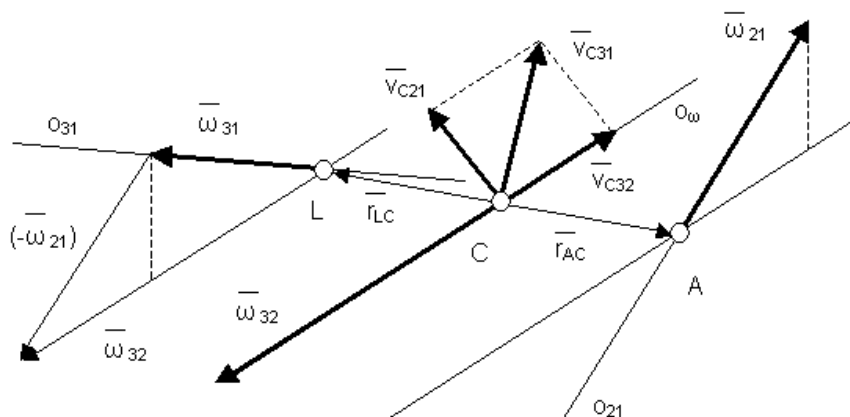


Obr.7 Polódiové hyperboloidy.



Obr.8 Hyperboloidné čerpadlo.

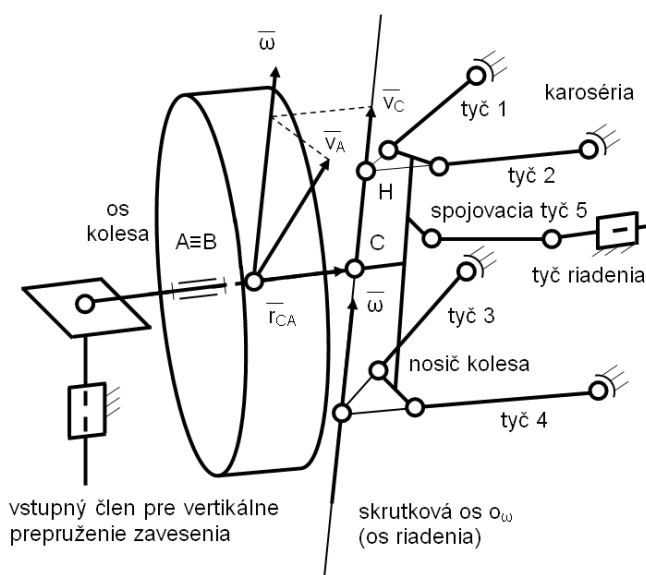
Na obr.9 sú sú mimobežky o_{31} a o_{21} s najkratšou priečkou \overline{AL} , kolmou na skrutkovú os o_ω , nositeľku kolineárnych vektorov $\overline{\omega}$ a \overline{v}_C .



Obr.9 Mimobežné osi o_{31} a o_{21} polódiových hyperboloidov h_2 a h_3 .

Zavesenie kola Pri navrhovaní mechanizmu zavesenia kola je potrebné určiť okamžitú polohu skrutkovej osi o_ω nosiča kola na obr.10. Ak určíme okamžitú rýchlosť \overline{v}_A bodu A nosiča kola a okamžitú uhlovú rýchlosť nosiča kola potom polohu \overline{r}_{AC} jedného bodu C na okamžitej skrutkovej osi o_ω určíme zo vzťahu (6):

$$\overline{r}_{CA} = \frac{\overline{\omega} \times \overline{v}_A}{\omega^2}$$



Obr.10 Okamžitý tangenciálny skrutkový pohyb nosiča predného 5 prvkového zavesenia kola vo F1 so skrutkovou osou o_ω , ktorá je osou riadenia.