

2-25510 Technická mechanika I

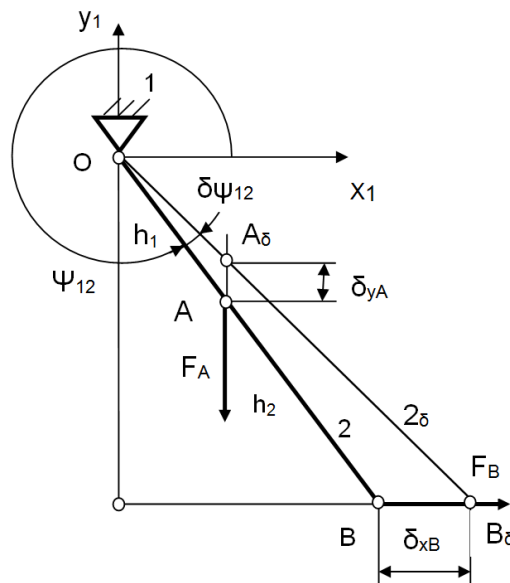
Prednáša: doc. Ing. František Palčák, PhD., ÚAMM 02010

8. Statika silových polí. Základy analytickej statiky.

Globálne súradnice polohy. Zovšeobecnené súradnice polohy. Myslené (virtuálne, testovacie) premiestnenie (posunutie, natočenie). Virtuálna práca. Variácia súradnice polohy bodu. Zovšeobecnená sila. Využitie princípu virtuálnych prác na určenie rovnovážneho uhla.

Príklad

Pre dané akčné sily F_A , F_B s pôsobiskami A , B v daných miestach h_1 , h_2 treba nájsť uhol ψ_{12} pre rovnovážny stav rotačne viazaného ramena 2. Na riešenie treba využiť princíp virtuálnej práce δW síl F_A , F_B na virtuálnych premiestneniach δ_{y_A} , δ_{x_B} s podmienkou že v rovnovážnom stave je zovšeobecnená sila $Q=0$.



Súradnica polohy Z rovnice $n_t = n_v - t$ pre výpočet lokálnej pohyblivosti rotačne viazaného ramena 2 kyvadla voči rámu 1 pre $n_v = 3$ a $t = 2$ dostaneme, že $q_i = \psi_{12}$, teda, že na jednoznačné určenie polohy rotačne viazaného ramena 2 kyvadla voči rámu 1 je potrebná jedna súradnica polohy $\psi_{12} = \varphi(x_1, x_2)$.

Zovšeobecnené súradnice

Zovšeobecnené súradnice q_i , $i = 1, 2, \dots, n$ v analytickej mechanike sú ľubovoľné nezávislé parametre (napr. súradnice polohy) na jednoznačné určenie okamžitej polohy hnacích členov v sústave viazaných telies. V tomto príklade je zovšeobecnená súradnica $q_i = \psi_{12}$.

Virtuálne premiestnenia

Myslené (virtuálne) testovacie premiestnenia sú nekonečne malé premiestnenia (posunutia $\delta\bar{r}_i$, pootočenia $\delta\bar{\psi}_i$), ktoré sa môžu, ale aj nemusia uskutočniť a patria medzi geometricky a kinematicky prípustné zovšeobecnené premiestnenia, ktoré väzobné podmienky umožňujú. Virtuálne premiestnenia sú nekonečne malé, aby nebolo potrebné brať do úvahy zmenu vzájomnej polohy (geometrickej konfigurácie) a prebiehajú v zastavenom čase (realizujú sa okamžite, sú izochrónne), teda silové účinky sa preto nemenia. V tomto príklade sa rameno 2 kyvadla pootočí virtuálne o $\delta\psi_{12}$ a pôsobiská akčných síl F_A , F_B sa virtuálne premiestnia o δ_{y_A} , δ_{x_B} .

Virtuálna práca

V rovnovážnom stave telesa bude celková virtuálna práca $\delta W = \sum \bar{F}_i \cdot \delta\bar{r}_i + \sum \bar{M}_i \cdot \delta\bar{\psi}_i$ vonkajších akčných síl \bar{F}_i a vonkajších akčných momentov \bar{M}_i na virtuálnych premiestneniach (posunutia $\delta\bar{r}_i$, pootočenia $\delta\bar{\psi}_i$), nulová $\delta W = 0$.

Variácie súradníc polohy

Virtuálne premiestnenia (posunutia $\delta\bar{r}_i$, pootočenia $\delta\bar{\psi}_i$) sú izochrónne variácie $\delta\bar{r}_i = \sum \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial q_i} \delta q_i$ polohy (parciálne derivácie polohového vektora podľa zovšeobecnených súradníc q_i polohy).

V tomto príklade sú súradnice polohy bodov A, B:

$$y_A = h_1 \cos\psi_{12}, x_B = (h_1 + h_2) \sin\psi_{12}.$$

Virtuálne premiestnenia δ_{y_A} , δ_{x_B} dostaneme variáciou (deriváciou):

$$\delta y_A = -(h_1 \sin\psi_{12}) \delta\psi_{12}, \quad \delta x_B = -((h_1 + h_2) \cos\psi_{12}) \delta\psi_{12}$$

Zovšeobecnená sila

Ak do výrazu $\delta W = \sum \bar{F}_i \cdot \delta\bar{r}_i$ pre virtuálnu prácu vonkajších akčných síl \bar{F}_i dosadíme variáciu

$\delta\bar{r}_i = \sum \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial q_i} \delta q_i$ polohového vektora dostaneme výraz

$$\delta W = \sum_{i=1}^m \bar{F}_i \cdot \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial q_i} \delta q_i, \quad \text{kde súčin } Q_j = \sum_{i=1}^m \bar{F}_i \cdot \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial q_i} \text{ je}$$

zovšeobecnená sila Q_j , $j = 1, 2, \dots, n$ prislúchajúca ku každej zovšeobecnenej súradnici q_i , $i = 1, 2, \dots, n$.

V rovnovážnom stave je $\delta W = 0$, teda aj

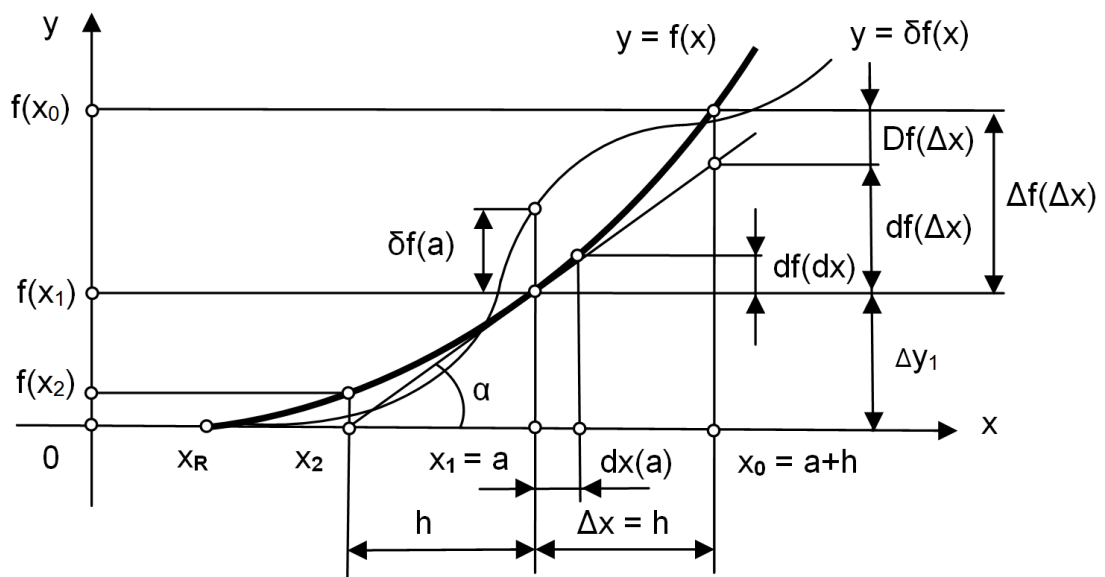
$$\sum_{i=1}^m \bar{F}_i \cdot \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial q_i} \delta q_i = 0$$
, čo nastane len vtedy ak každá
 zovšeobecnená sila bude nulová $Q_j = 0$.

V tomto príklade je celková virtuálna práca
 $\delta W = F_A \delta y_A + F_B \delta x_B$,

zovšeobecnená sila $Q = -F_A h_1 \sin \psi_{12} + F_B (h_1 + h_2) \cos \psi_{12}$,

potom rovnovážny uhol bude $\psi_{12} = \arctg \frac{F_B (h_1 + h_2)}{F_A h_1}$.

Pojmy potrebné k analytickej mechanike



diferencia Δx	Pre konečný prírastok (rozdiel, diferenciu) $\Delta x=h$ premennej x sa hodnota funkcie $y=f(x)$ zmení o prírastok (rozdiel, diferenciu) $\Delta y = \Delta f(\Delta x)$.
derivácia $f'(x_1)$	Derivácia $f'(x_1)=\Delta y_1/\Delta x_1=\text{tga}$ funkcie $y=f(x)$ v bode x_1 .
diferenciál $df(\Delta x)$	Diferenciál $df(\Delta x)$ funkcie $y=f(x)$ pre konečný prírastok (rozdiel, diferenciu) $\Delta x=h$ v bode $x_1=a$ je $df(\Delta x)=f'(a)\Delta x$.
diferenciál $df(dx)$	Diferenciál $df(dx)$ funkcie $y=f(x)$ pre nekonečne malý prírastok (diferenciál) $dx(a)$ v bode $x_1=a$ je $df(dx)=f'(a)dx$.
deviácia $Df(\Delta x)$	Deviácia $Df(\Delta x)$ je odchýlka pri nahradení rozdielu (diferencie) $\Delta y=\Delta f(\Delta x)$ diferenciálom $df(\Delta x)$.
variácia $\delta f(a)$	Variácia $\delta f(a)$ funkcie $y=f(x)$ v zastavenom čase $x=a$.
aproximácia	Nahradenie (aproximácia) nelineárnej funkcie $y=f(x)$ v bode $x_1=a$ priamkou (dotyčnicou) je Newtonova aproximácia.