doc. Ing. František Palčák, PhD., Ústav aplikovanej mechaniky a mechatroniky,
Strojnícka fakulta STU v Bratislave

2-5510 Technická mechanika I

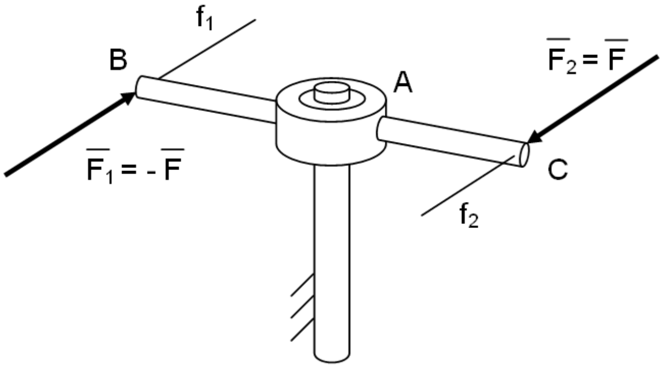
Príklad: Ako určiť silovú sústavu vhodnú na narezanie závitu na svorník

Použité pojmy a ich stručná charakteristika

Väzby	Z celkového počtu n_v súradníc polohy potrebných na jednoznačné určenie polohy objektu voči vzťažnému priestoru sa počet t závislých súradníc polohy objektu zhoduje s počtom geometrických väzieb triedy t, čo je aj počet neznámych súradníc reakcií v geometrických väzbách objektu.
Poloha telesa	Na jednoznačné určenie polohy začiatku aj osí lokálneho súradnicového systému voľného telesa v priestore (v rovine) voči vzťažnému priestoru je potrebný celkový počet $n_v = 6$ ($n_v = 3$) navzájom nezávislých súradníc polohy. Znamená to, že voľné teleso má v priestore (v rovine) pohyblivosť $n_v = 6$, ($n_v = 3$). Lokálnu pohyblivosť n_t objektu v geometrickej väzbe triedy t určíme zo vzťahu $n_t = n_v - t$, kde lokálna pohyblivosť n_t je počet nezávislých súradníc polohy na jednoznačné opísanie polohy objektu viazaného geometrickou väzbou triedy t.
Akčná sila	Akčná sila (miera vzájomného pôsobenia telies) je prvotná, reakčná sila je druhotná.
Statická sila	Akčná statická sila $\bar{F}^A = \bar{F}$ pôsobiaca na tuhé teleso má v rovnovážnom stave len posuvný účinok. Akčnú silu nemôžeme rovnocenne nahradiť voľným, alebo viazaným momentom a voľný alebo viazaný moment nemôžeme rovnocenne nahradiť silou.
Voľný moment	Dvojica akčných síl ($\bar{F}$,-$\bar{F}$) na rovnobežných nositeľkách s kolmou vzdialenosťou r pôsobí na tuhé teleso len voľným momentom $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$, (výslednica dvojice síl je nulová), (obr.7).
Viazaný moment	Akčná sila $\bar{F}$ pôsobiaca v bode C telesa (obr.5) má v mieste A geometrickej väzby telesa s rámom posuvný účinok, ktorý vyvolá reakčnú silu -$\bar{F}$. Viazaný moment $\bar{M}_A$ viazanej dvojice síl ($\bar{F}$,-$\bar{F}$), pozostávajúcej z akčnej sily $\bar{F}$ v bode C a reakčnej sily -$\bar{F}$ v geometrickej väzbe v mieste A, má otáčavý účinok $\bar{M}_A = \bar{r} \times \bar{F}$, kde $\bar{r} = \overrightarrow{AC}$.

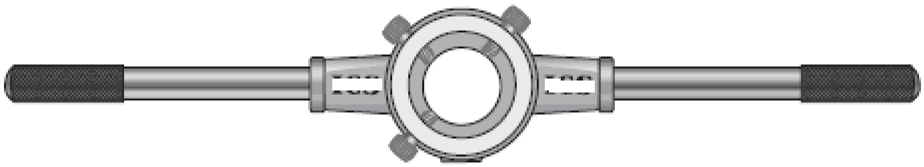
Úloha

Treba určiť silovú sústavu vhodnú na bezpečné a účinné narezanie vonkajšieho závitu na svorník upevnený vo zveráku na obr.1 pomocou vratidla BC s dvomi rúčkami a kruhovou závitnicou A.



Obr.1 Vratidlo BC so závitnicou A a svorník.

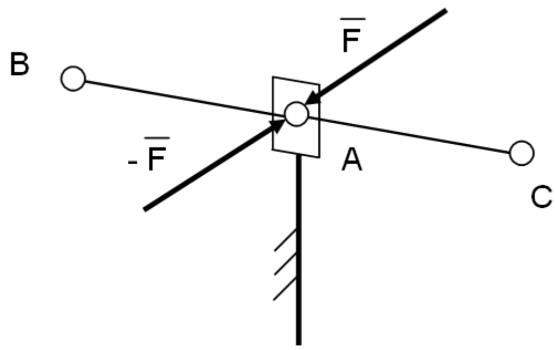
Obr.2 Kruhová závitnica.



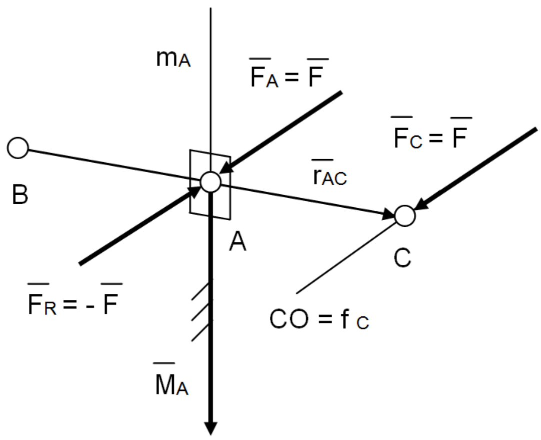
Obr.3 Vratidlo pre kruhovú závitnicu s dvoma rúčkami.

Posuvný účinok statickej akčnej sily $\overline{F}$ pôsobiacej v bode A

Prvotná akčná statická sila $\overline{F}$ na obr.4 pôsobiaca v bode A má na vratidlo posuvný účinok a snaží sa nežiaduco ohnúť svorník. V geometrickej väzbe v mieste A vznikne druhotná reakčná sila $-\overline{F}$.



Obr.4 Akčná sila $\overline{F}$ a reakčná sila $-\overline{F}$ pôsobiaca vo väzbe v bode A.



Obr.5 Viazaný moment $\overline{M}_A$ viazanej dvojice síl ($\overline{F} = \overline{F}_C$ a $-\overline{F} = \overline{F}_R$)

Viazaný moment viazanej dvojice síl

Statická akčná sila $\overline{F} = \overline{F}_C$ na obr.5 má v bode A geometrickej väzby posuvný účinok $\overline{F} = \overline{F}_A$ (podľa vektorovej invarianty silových sústav), ktorý sa snaží nežiaduco ohnúť svorník, pričom viazaná dvojica síl, (akčná $\overline{F} = \overline{F}_C$

spolu s reakčnou silou $-\bar{F} = \bar{F}_R$), utvára viazaný moment $\bar{M}_A = \bar{r}_{AC} \times \bar{F}$ s nositeľkou m_A v osi svorníka. Na dosiahnutie rovnovážneho stavu rotačne viazaného vratidla na nepohyblivý svorník je potrebný rovnovážny viazaný rezný moment $\bar{M}_{AR} = -\bar{M}_A$. Silová sústava ($\bar{F}_A, \bar{M}_A$), zložená z výslednice $\bar{F}_A$ a výsledného momentu $\bar{M}_A$, ktoré sú na seba kolmé $\bar{F}_A \cdot \bar{M}_A = 0$, je rovnocenná (ekvivalentná) s jednou silou $\bar{F} = \bar{F}_C$ na centrálnej osi f_C takejto silovej sústavy.

Rovnocenné (ekvivalentné) silové sústavy

Ak bude na obr.6 väzba v mieste bodu B, potom silová sústava ($\bar{F}_A, \bar{M}_A$) so vzájomne kolmými vektormi $\bar{F}_A \cdot \bar{M}_A = 0$, bude ekvivalentná so silovou sústavou ($\bar{F}_B, \bar{M}_B$) vo väzbe B, pričom viazaný moment $\bar{M}_B$ určíme pomocou transformačnej rovnice pre viazané momenty

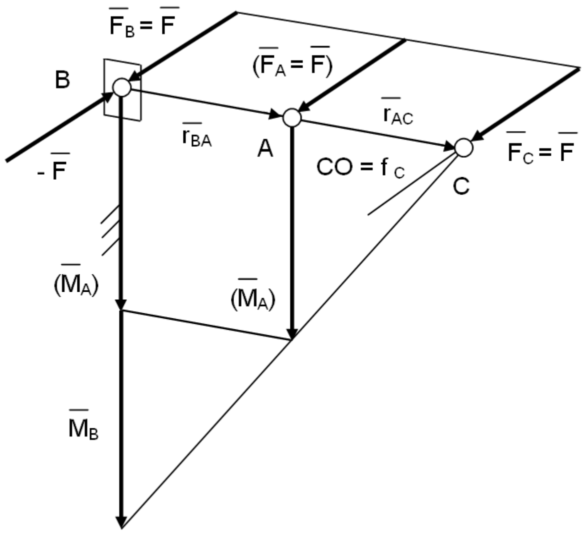
$$\bar{M}_B = \bar{M}_A + \overrightarrow{BA} \times \bar{F}_A$$

Silová sústava ($\bar{F}_B, \bar{M}_B$) ktorá má kolmé vektory $\bar{F}_B \cdot \bar{M}_B = 0$ je opäť rovnocenná (ekvivalentná) s jednou silou $\bar{F} = \bar{F}_C$, ktorej nositeľka f_C je centrálna os s minimálnym momentom $\bar{M}_C = \bar{0}$.

Polohový vektor $\bar{r}_{AC}$ bodu C na centrálnej osi f_C voči bodu A určíme z transformačnej rovnice $\bar{M}_B = \bar{M}_A + \overrightarrow{BA} \times \bar{F}_A$, ktorú vynásobíme vektorovo výslednicou $\bar{F}_A \times$. Potom $\bar{M}_C = \bar{M}_A + \overrightarrow{CA} \times \bar{F}_A$ $/ \bar{F}_A \times$, kde je $\bar{M}_C = \bar{0}$. Po vynásobení dostaneme $\bar{0} = \bar{F}_A \times \bar{M}_A + \bar{F}_A \times (\overrightarrow{CA} \times \bar{F}_A)$.

Po roznásobení dvojnásobného vektorového súčinu

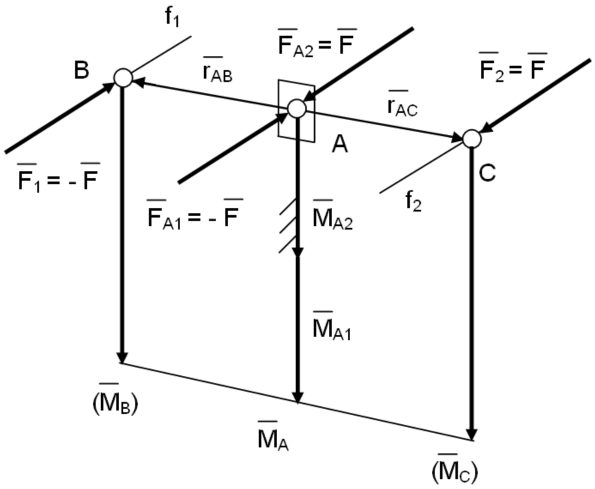
$\bar{F}_A \times (\overrightarrow{CA} \times \bar{F}_A) = \overrightarrow{CA}(\bar{F}_A \cdot \bar{F}_A) - \bar{F}_A(\bar{F}_A \cdot \overrightarrow{CA})$. Vzhľadom na $(\bar{F}_A \cdot \overrightarrow{CA}) = 0$ a $\overrightarrow{CA} = -\bar{r}_{AC}$ určíme polohový vektor $\bar{r}_{AC}$ bodu C z rovnice $\bar{r}_{AC} = \dfrac{\bar{F}_A \times \bar{M}_A}{F_A{}^2}$

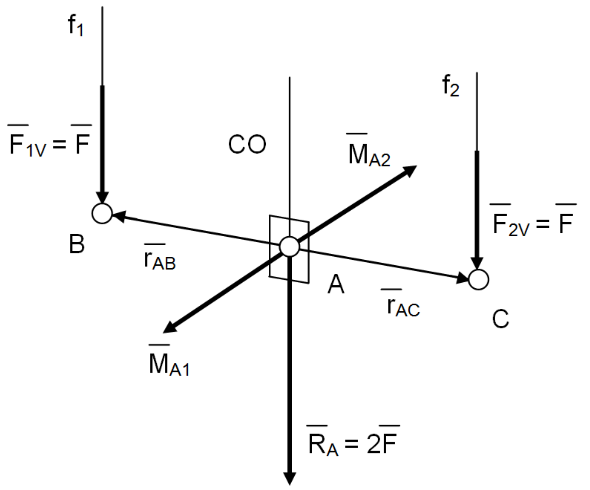


Obr.6 Viazaný moment $\bar{M}_B$ viazanej dvojice síl (akčnej sily $\bar{F} = \bar{F}_C$ a reakčnej sily $-\bar{F}$ vo väzbe v bode B).

Voľný moment dvojice síl

Dve rovnako veľké a opačne orientované sily ($\bar{F}_1 = -\bar{F}, \bar{F}_2 = \bar{F}$) z obr.7 na rovnobežných nositeľkách s kolmou vzdialenosťou $|\bar{r}_{AB}| + |\bar{r}_{AC}| = 2r$ tvoria voľnú dvojicu síl. Keďže výslednica voľnej dvojice síl vo väzbe A je $\bar{F}_A = \bar{0}$, nesnaží sa nežiaduco ohnúť svorník. Voľná dvojica síl má na voľné, alebo viazané teleso len otáčavý účinok vo forme voľného momentu $\bar{M} = \bar{M}_A$, ktorý dostaneme postupným sčítaním jednotlivých viazaných momentov $\bar{M}_A = \bar{M}_{A1} + \bar{M}_{A2}$, pričom $\bar{M} = 2\bar{r} \times \bar{F}$. Voľný moment voľnej dvojice síl bude rovnaký $\bar{M} = \bar{M}_A = \bar{M}_B = \bar{M}_C$ aj po premiestnení väzby do bodov B, C.





Obr.7 Voľný moment $\bar{M} = \bar{M}_A$ voľnej dvojice síl ($\bar{F}_1 = -\bar{F}, \bar{F}_2 = \bar{F}$)

Obr.8 Výsledná zvislá (vertikálna) sila $\bar{R}_A$ dvoch rovnobežných síl $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$.

Vertikálna sila

Pred začatím rezania závitu je žiaduce vertikálne zatlačiť vratidlo BC so závitnicou A na obr.8 na svorník. Zvislý tlak oboch rúk reprezentujú dve rovnobežné sily $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, ktoré spolu utvárajú zvislú (vertikálnu) výslednicu $\bar{R}_A = 2\bar{F}$ v bode väzby C a viazané momenty $\bar{M}_{A1}, \bar{M}_{A2}$ vo väzbe v bode A sa snažia ohnúť rúčky AB, AC vratidla BC.

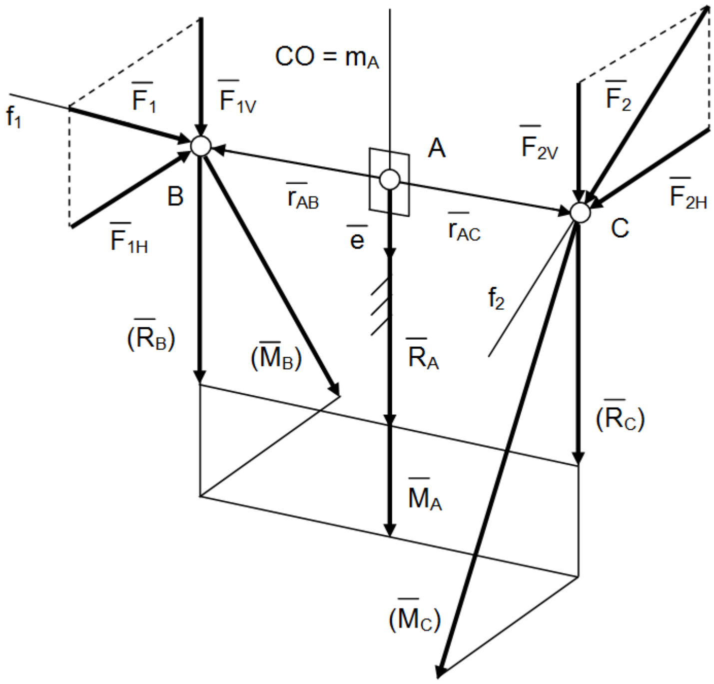
Silová skrutka

Pre účinné rezanie závitu silovou sústavou, ktorá bude pritláčať otáčajúcu sa závitnicu zvislo (vertikálne) na svorník bez snahy ho ohnúť je žiaduce v osi svorníka na obr.9 skombinovať zvislú (vertikálnu) silu $\bar{R}_A$ s viazaným momentom $\bar{M}_A$ vo väzbe v bode A.

Sčítaním vertikálnych a horizontálnych síl $\bar{F}_1 = \bar{F}_{1V} + \bar{F}_{1H}$, $\bar{F}_2 = \bar{F}_{2V} + \bar{F}_{2H}$ získame silovú sústavu dvoch rovnako veľkých síl $\bar{F}_1, \bar{F}_2$, $|\bar{F}_1| = |\bar{F}_2|$ na mimobežných nositeľkách f_1, f_2.

Podľa Varignonovej vety $\overline{R}_A = \sum_{i=1}^{f} \overline{F}_{iV}$ je výsledná sila oboch vertikálnych síl $\overline{R}_A = \overline{F}_{1V} + \overline{F}_{2V}$ a $\overline{M}_A = \sum_{i=1}^{f} \overline{r}_i \times \overline{F}_{iH}$ je výsledný viazaný moment vo väzbe v bode A. Vektory $(\overline{R}_A, \overline{M}_A)$ sú kolineárne $\overline{R}_A \times \overline{M}_A = \overline{0}$, ktoré utvárajú na centrálnej osi m_A silovú skrutku $(\overline{R}_A, \overline{M}_A)$.

Rovnocenné (ekvivalentné) všeobecné silové sústavy $(\overline{R}_A, \overline{M}_A)$, $(\overline{R}_B, \overline{M}_B)$, $(\overline{R}_C, \overline{M}_C)$ majú konštantnú výslednicu $\overline{R}_A = \overline{R}_B = \overline{R}_C$ (vektorový invariant) a konštantnú nenulovú veľkosť priemetu $\overline{M}_A \cdot \overline{e} = \overline{M}_B \cdot \overline{e} = \overline{M}_C \cdot \overline{e} \neq 0$ (skalárny invariant).



Obr.9 Silová skrutka $\overline{R}_A, \overline{M}_A$.