

2-5510 Technická mechanika I

Pokyny k zápočtu a ku skúške

Náplň prednášok a cvičení z TMI

Prednášky z TMI

1. Technická mechanika.

Pohyblivosť voľného objektu (bod, teleso) - celkový počet súradníc polohy.
Typ geometrickej väzby - počet závislých súradníc polohy objektu, (počet zložiek reakcií vo väzbe).

Lokálna pohyblivosť viazaného objektu - počet nezávislých súradníc polohy.

Pohyblivosť viazanej mechanickej sústavy (VMS).

Statická určitosť-riešiteľnosť podmienok rovnováhy.

Konfiguračná (tvarová) určitosť-nemennosť predpísanej vzájomnej polohy členov.

2. Silové sústavy pôsobiace na hmotné objekty.

Posuvný účinok sily (zložky a súradnice).

Viazaný moment akčnej sily a reakcie vo väzbe telesa.

Viazaný moment k osi telesa.

Voľný moment silovej dvojice.

Varignonova veta.

Nemenné vlastnosti (invarianty) silovej sústavy.

Rovnice rovnocenného (ekvivalentného) nahradenia silovej sústavy vo väzbe telesa.

Rovnice rovnováhy priestorových a rovinných silových sústav: všeobecných, rovnobežných a centrálnych.

Maticový zápis podmienok nahradenia a rovnováhy silových sústav.

3. Analýza statickej rovnováhy bodu a telesa.

Podmienky statickej rovnováhy bodu telesa v rovine a v priestore.

Podmienky statickej rovnováhy tuhého telesa v rovine a priestore. Druhy (kategórie) rovnovážnych stavov.

4. Ťažisko a jeho praktické využitie.

Stredisko viazanej rovnobežnej silovej sústavy. Ťažisko, stred hmotnosti, stredisko troj-, dvoj- a jednorozmerných telies a geometrických útvarov. Statické momenty hmotných elementov, objemov, plôch a kriviek. Ťažisko, stred hmotnosti a stredisko zložených telies a geometrických útvarov. Pappusove-Guldinove vety. Určovanie ťažiska výpočtom (numericky) a pokusom (experimentálne).

5. Statická analýza nepohyblivých mechanických sústav – prútové sústavy.

Statická analýza prútových sústav. Analýza prútových sústav v rovine styčnicovou metódou (všeobecná, postupná). Styčníky špeciálne zaťažené. Analýza prútových sústav v rovine priesečnou metódou. Analýza prútových sústav v priestore. Metodické príklady. Analýza rámových konštrukcií. Využitie maticového počtu a programu MATLAB.

6. Statická analýza mechanizmov; vnútorné silové účinky, laná:

Analýza podmienok rovnováhy pohyblivých sústavy telies pre danú vzájomnú polohu členov (konfiguráciu).

Metodika vektorového riešenia sústav, určovanie nositeliek reakcií z typu väzieb a s využitím programu MATLAB.

Spojité zaťaženie.

Vnútorné silové účinky v rovine.

Vnútorné sily v pružných lanách, parabolické a klasické pružné laná.

7. Trenie, pasívne odpory.

Coulombove zákony suchého trenia, trecie uhly, súčiniteľ-faktor dynamického (šmykového) trenia, súčiniteľ-faktor statického trenia (súčiniteľ-faktor príľnavosti-adhézie).

Šmykové trenie telies na jednej podpere.

Vzpriechenie, samovzpriechenie telies – uloženie telies na dvoch podperách.

Šmykové trenie v klinovej drážke.

Trenie v skrutkovom spojení.

8. Trenie, pasívne odpory.

Trecí moment axiálnych a radiálnych čapov.

Trenie vlákien (pásov).

Odpor valenia. Trakčný odpor.

Sústavy telies s uvažovaním pasívnych odporov.

9. Základy analytickej statiky.

Mechanická práca sily, silovej dvojice, tiažovej sily a pružiny.

Mechanický výkon a účinnosť.

Použitie (aplikácia) princípu virtuálnych prác.

10. Kinematika bodu, translačný a rotačný pohyb telesa.

Kinematické veličiny pre priamočiary pohyb bodu (poloha, rýchlosť, zrýchlenie) a ich grafická interpretácia.

Kinematické veličiny pre krivočiary pohyb bodu, derivácie vektorových funkcií, relatívny pohyb bodu, tangenciálne a normálové zložky.

Kinematické veličiny pre translačný pohyb telesa.

Kinematické veličiny pre rotačný pohyb telesa okolo stálej osi.

11. Kinematika všeobecného pohybu telies v rovine.

Cauchyho-Poissonov rozklad všeobecného rovinného pohybu telesa, výsledné a relatívne zrýchlenie.

okamžitý stred otáčania telesa,

Nahradenie všeobecného pohybu telesa valením polódií, aplikácie v praxi.

12. Kinematika súčasných pohybov telies v rovine a priestore.

Derivácia vektora vzhľadom k rotujúcej súradnicovej sústave.

Výsledná uhlová rýchlosť telesa z VMS,

Résalove uhlové zrýchlenie a výsledné uhlové zrýchlenie telesa pri súčasných pohyboch telies.

Výsledná rýchlosť bodu telesa z VMS,

Coriolisove zrýchlenie a výsledné zrýchlenie bodu telesa pri súčasných pohyboch telies.

13. Kinematika sférického a priestorového pohybu telesa.

Točivé a stredové zrýchlenie bodu telesa pri sférickom pohybe telesa.

Eulerove uhly pre precesiu, nutáciu a lokálnu rotáciu.

Eulerove kinematické rovnice.

Cauchyho-Poissonov rozklad všeobecného priestorového pohybu telesa.

Mozziho-Chaslesov rozklad všeobecného priestorového pohybu telesa.

Využitie (aplikácie) všeobecného priestorového pohybu telesa v praxi.

Cvičenia z TMI

1. Príklady na pohyblivosť voľného objektu (bod, teleso) - celkový počet súradníc polohy. Väzby (geometrické, kinematické, silové), trieda geometrickej väzby - počet závislých súradníc polohy objektu (počet zložiek reakcií vo väzbe). Lokálna pohyblivosť viazaného objektu - počet nezávislých súradníc polohy. Pohyblivosť viazanej mechanickej sústavy (VMS). Statická a konfiguračná určitosť.

2. Aplikácia silových sústav v strojárskych praxi na príklade ako určiť silovú sústavu vhodnú na narezanie závitov. Posuvný účinok akčnej sily. Viazaný moment viazanej dvojice síl v bode väzby a k osi. Transformačná rovnica pre viazané momenty. Centrálna os silovej sústavy. Voľný moment voľnej dvojice síl. Silová skrútko.

3. Podmienky statickej rovnováhy tuhého telesa v rovine a priestore. Metodické príklady utvárania statických modelov z reálnych konštrukcií. Riešenie úloh na statickú rovnováhu hmotného bodu a telesa v rovine a priestore. Overenie výsledkov grafickými metódami. Maticový zápis.

Zadanie úlohy č. 1: Statická rovnováha telesa v rovine.

4. Výpočet súradníc polohy ťažiska telesa, stredu hmotnosti a strediska - analyticky, numericky a s využitím Pappusových-Guldinových viet. Príprava na laboratórne cvičenie.

5. Statická analýza prútových sústav, metóda styčných bodov (všeobecná), priesečná metóda. Určovanie tlakových a ťahových prútov. Význam nulových prútov. Využitie maticového počtu a programu MATLAB na určenie osových síl a reakcií. Statická analýza rámových konštrukcií.

Zadanie úlohy č. 2: Sústavy telies - spracovanie riešenia na počítači (za pomoci programu MATLAB). Upozornenie študentov na priebežnú skúšku. (Obsah látky z prvých piatich týždňov.)

Odvzdanie referátu a úlohy č.1.

6. Príklady na statickú analýzu mechanizmov s využitím maticového počtu a programu MATLAB na určenie priebehu reakcií. Príklady na vektorové riešenie rovnováhy mechanizmov – zostavenie vektorových rovníc s vyznačením smerov reakcií. Priestorové sústavy telies. Vnútorne silové účinky.

Zadanie úlohy č. 3: Prúťová sústava— spracovanie riešenia na počítači (za pomoci programu MATLAB). PRIEBEŽNÁ SKÚŠKA! (35 min) – rovnováha telesa v priestore + tri teoretické otázky.

7. Riešenie problémov šmykového trenia pri posuvnom pohybe. Určenie faktora statického trenia (faktora adhézie) a dynamického (šmykového) trenia výpočtovou metódou. Riešenie problémov šmykového trenia rotujúcich telies. Problémy obsahujúce pásové trenie a odpor valením.

8. Laboratórne cvičenie: Experimentálne určovanie ťažiska, stredu hmotnosti a strediska (1 hod.). Experimentálne určovanie faktora dynamického (šmykového) trenia, adhézie a faktora čapového trenia. Overenie zákonov trenia. Ukážky mechanických sústav (1 hod.).

Z laboratórneho cvičenia spracovať referát podľa daných pokynov. Pri časovo zdvojených krúžkoch začína krúžok skôr uvedený, ak nedošlo k inej dohode.

9. Riešenie sústav telies s uvažovaním pasívnych účinkov. Pásové a čelustvové brzdy. Analytická statika. Mechanická práca, výkon, účinnosť – využitie pri riešení statických problémov. Aplikácia princípu virtuálnych prác na riešenie úloh statiky.

Odovzdanie úloh č.2 a 3. Odovzdanie referátu laboratórneho cvičenia. (Upozornenie pre študentov, ktorí nemajú splnené podmienky k zápočtu).

10. Výpočet kinematických veličín bodu pri priamočiarom a krivočiarom pohybe bodu. Určenie tangenciálnych a normálových zložiek zrýchlenia ako funkcie dráhy a rýchlosti. Výpočet kinematických veličín pri posuvnom (translačnom) a rotačnom pohybe telesa.

11. Príklady na Cauchyho-Poissonov rozklad všeobecného rovinného pohybu telesa, okamžitý stred otáčania telesa. Nahradenie všeobecného pohybu telesa valením polódií, vyžitie polódií v praxi.

12. Derivácia vektora vzhľadom k rotujúcej súradnicovej sústave. Výsledná uhlová rýchlosť telesa z VMS, Résalove uhlové zrýchlenie a výsledné uhlové zrýchlenie telesa pri súčasných pohyboch telies. Výsledná rýchlosť bodu telesa z VMS, Coriolisove zrýchlenie a výsledné zrýchlenie bodu telesa pri súčasných pohyboch telies.

13. Riešenie úloh na sférický pohyb telesa. Eulerove uhly pre precesiu, nutáciu a lokálnu rotáciu. Eulerove kinematické rovnice. Cauchyho-Poissonov a Mozziho-Chaslesov rozklad všeobecného priestorového pohybu telesa. Aplikácie všeobecného priestorového pohybu telesa v praxi.

Vyhodnotenie cvičení, zhodnotenie každého študenta na základe priebežnej skúšky a aktivity na cvičení. Udelenie zápočtu pri splnení stanovených požiadaviek.

Spôsob hodnotenia z TMI

Podmienky pre udelenie zápočtu:

Za aktívnu účasť na cvičení a prácu počas semestra môže študent získať najviac 20b, z toho 15b za vypracovanie 3 referátov a protokolu z laboratórneho cvičenia a 5b z priebežnej písomnej skúšky.

Podmienky pre absolvovanie skúšky:

Podmienkou prihlásenia sa na skúšku je udelenie zápočtu. Nevyhnutnou podmienkou absolvovania skúšky, ktorá má písomnú a ústnu časť je získanie najmenej 20b zo Statiky a 20b z Kinematiky.

Hodnotenie znalostí z písomnej a ústnej časti skúšky podľa náročnosti učiva

- A Do prvej skupiny učiva patria náročné vlastnosti s vysokým (V) hodnotením za správne odvodenie (najviac 15b).
- B V druhej skupine učiva sú vlastnosti so stredným (S) hodnotením za preukázanie znalosti (najviac 10b).
- C Tretia skupina učiva obsahuje základné vlastnosti s nízkym (N) hodnotením za preukázanie znalosti (najviac 5b).

Na písomnej skúške bude zo Statiky aj z Kinematiky jeden príklad zo skupiny A, jeden príklad zo skupiny B a jedna otázka zo skupiny C.

- A Do prvej skupiny patria príklady, pri ktorých sa dá získať najviac 15b za odvodenie potrebných vlastností z teórie a najviac 10b za správne vyriešenie príkladu.
- B V druhej skupine sú príklady, pri ktorých sa dá získať najviac 10b za správne vyriešenie príkladu bez odvodenia potrebných vlastností z teórie.
- C Za správnu písomnú odpoveď na otázku zo skupiny C sa dá získať najviac 5b.

Celkový počet bodov je súčtom bodov získaných počas semestra a bodov získaných zo skúšky. Konečný počet bodov získa študent až po úspešnej ústnej časti, v ktorej preukáže, že tomu čo napísal aj rozumie.

Hodnotenie študenta: A (výborne) 100-87 bodov, B (veľmi dobre) 86-81 bodov, C (dobre) 80-71 bodov, D (uspokojivo) 70-64 bodov, E (dostatočne) 63-55 bodov.

Vybraný prípad skúšky z TMI

Úlohy zo Statiky pre písomnú časť skúšky

1. Úloha typu A.

Uvažujme polkružnicu polomeru R z tenkého drôtu.

Úloha 1: odvodte 1. Pappus-Guldinovu vetu.

Úloha 2: vypočítajte súradnice ťažiska polkružnice polomeru R z tenkého drôtu s využitím vzťahu z 1. Pappus-Guldinovej vety.

Riešenie

Ak študent správne odvodí z 1. Pappus-Guldinovej vety, že súradnica ťažiska $y_T = \frac{A}{2\pi L}$, môže získať najviac 15b. Ak študent správne vypočíta, že v prípade polkružnice polomeru R z tenkého drôtu je súradnica ťažiska $y_T = \frac{2R}{\pi}$, môže získať najviac 10b.

Za celý príklad môže študent získať najviac 25b.

2. Úloha typu B.

Pre danú prúťovú konštrukciu zaťaženú silami treba:

- určiť statickú a konfiguračnú určitosť,
 - nakresliť obrázok uvoľnenia,
 - napísať rovnice rovnováhy jednotlivých uzlov.
- Za celý príklad môže študent získať najviac 10b.

3. Úloha typu C.

Vysvetlite, prečo je súčiniteľ f_A adhézneho trenia väčší než súčiniteľ f_s šmykového trenia a nakreslite priebeh zmeny súčiniteľa trenia v závislosti od veľkosti relatívnej rýchlosti povrchov telies v kontakte.

Za správnu odpoveď môže študent získať najviac 5b.

Za splnenie úloh zo Statiky môže študent získať najviac 40b.

Úlohy z Kinematiky

1. Úloha typu A.

Vypočítajte za aký čas t dosiahne skúšobné auto na kruhovej dráhe s daným polomerom $R=300\text{m}$ veľkosť $a=8\text{ms}^{-2}$ celkového zrýchlenia, keď sa rozbieha z pokoja konštantným tangenciálnym zrýchlením $a_T=7\text{ms}^{-2}$. Na riešenie úlohy odvodte Eulerov vzťah $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ pre obvodovú rýchlosť rotujúceho sprievodiča auta a vzťah $\vec{a} = \alpha \vec{r} + r\omega^2 \vec{n}$ pre celkové zrýchlenie auta.

Riešenie

Ak študent správne odvodí Eulerov vzťah $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ a vzťah $\vec{a} = \alpha \vec{r} + r\omega^2 \vec{n}$ pre celkové zrýchlenie auta, môže získať najviac 15b.

Ak študent správne vypočíta, že skúšobné auto dosiahne veľkosť $a=8\text{ms}^{-2}$ celkového zrýchlenia za čas $t=4.87\text{s}$, môže získať najviac 10b. Za celý príklad môže študent získať najviac 25b.

2. Úloha typu B.

Vypočítajte celkové okamžité zrýchlenie \vec{a}_{B31} stredu B disku 3, ktorý sa premiestňuje pozdĺž ramena 2 s danou dĺžkou konštantnou rýchlosťou \vec{v}_{B32} , pričom rameno 2 rotuje konštantnou uhlovou rýchlosťou $\vec{\omega}_{21}$ voči vzťažnému rámu 1.

Riešenie

Z teórie študent použije vzťah $\vec{a}_{B31} = \vec{a}_{B32} + \vec{a}_{B21} + \vec{a}_{BCOR}$.

Za celý príklad môže študent získať najviac 10b.

3. Úloha typu C.

Vysvetlite, aké vlastnosti má skrutková os všeobecného priestorového pohybu nosiča kolesa v mechanizme zavesenia kolesa automobilu.
Za správnu odpoveď môže študent získať najviac 5b.

Za splnenie úloh z Kinematiky môže študent získať najviac 40b.

Ústna časť skúšky

Po ústnej obhajobe svojej práce môže študent získať najviac 40b zo Statiky a najviac 40b z Kinematiky, teda spolu najviac 80b. Za prácu počas semestra môže študent získať najviac 20b, teda celkove môže študent získať najviac 100b.

Zoznam vlastností z teórie

A. Statika

Zoznam vlastností z teórie s vysokou (V) náročnosťou, pri ktorých má študent možnosť získať najviac 15b za ich správne odvodenie.

- V1. Vzťah $\bar{r}_{AC} = \frac{\bar{F}_A \times \bar{M}_A}{F_A^2}$ na určenie polohy bodu C na centrálnej osi silovej sústavy (\bar{F}_A, \bar{M}_A) , pričom $\bar{F}_A \cdot \bar{M}_A = 0$.
- V2. Skalárny invariant $\bar{M}_A \cdot \bar{e} = \bar{M}_B \cdot \bar{e} = \bar{M}_C \cdot \bar{e} \neq 0$ pre silovú skrutku (\bar{R}_A, \bar{M}_A) , pre ktorú platí $\bar{R}_A \times \bar{M}_A = \bar{0}$.
- V3. Vzťah $\bar{r}_T = \frac{\sum F_i \times \bar{r}_i}{\sum F_i}$ na určenie polohy strediska sústavý rovnobežných vektorov (síl).
- V4. Vzťah $y_T = \frac{A}{2\pi L}$ z 1. Pappus-Guldinovej vety.
- V5. Vzťah $x_T = \frac{V}{2\pi A}$ z 2. Pappus-Guldinovej vety.
- V6. Schwedlerove vzťahy $q = -\frac{dT}{dx}$, $q = -\frac{dM^2}{dx^2}$, $T = \frac{dM}{dx}$.
- V7. Rovnica $y = \frac{4hx^2}{L^2}$ priehybovej čiary nosného lana zaťaženého len spojitým zaťažením.
- V8. Rovnica $y = \frac{N_h}{q} (\cosh \frac{qx}{N_h} - 1)$ priehybovej čiary nosného lana (reťazovky) zaťaženého len vlastnou tiažou.
- V9. Eulerov vzťah $N_2 = N_1 e^{f\alpha}$ pre osovú silu v páse.

- V10. Vzťah $A = -Mm \left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right]$ na výpočet mechanickej práce sily (dráhový účinok) potrebnej na premiestnenie hmoty m z východiskovej \bar{r}_1 do konečnej \bar{r}_2 polohy v gravitačnom potenciálovom poli Zeme s hmotnosťou M .
- V11. Vzťah $d\bar{r}_i = \sum \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial q_i} dq_i$ pre diferenciál polohového vektora a vzťah $\delta \bar{r}_i = \sum \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial q_i} \delta q_i$ pre virtuálne premiestnenie.
- V12. Vzťah $Q = \sum_{i=1}^m \bar{F}_i \cdot \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial q_i}$ pre zovšeobecnenú silu.
- V13. Vzťah $\delta W = \sum Q_j \delta q_j$ pre virtuálnu prácu.

B. Statika

Zoznam vlastností z teórie so strednou (S) náročnosťou, pri ktorých má študent možnosť získať najviac 10b za ich správne odvedenie.

- S1. Vlastnosti viazaného momentu $\bar{M}_A = \bar{r}_{AC} \times \bar{F}$ v bode geometrickej väzby.
- S2. Transformačná rovnica $\bar{M}_B = \bar{M}_A + \bar{BA} \times \bar{F}_A$ pre viazané momenty.
- S3. Vlastnosti voľného momentu \bar{M} voľnej dvojice síl ($\bar{F}_1 = -\bar{F}$, $\bar{F}_2 = \bar{F}$).
- S4. Výsledné statické rovnovážne účinky silových sústav (všeobecná priestorová, rovnobežná priestorová, všeobecná rovinná, rovnobežná rovinná, centrálna priestorová, centrálna rovinná, priamková).
- S5. Varignonova veta o výslednom viazanom momente.
- S6. Ekvivalencia silových sústav.
- S7. Podmienky rovnováhy silových sústav v maticovom zápise.
- S8. Postup pri experimentálnom určení polohy ťažiska automobilu. Výpočet x_T z prvého merania. Výpočet y_T z druhého merania.
- S9. Postup pri experimentálnom určení ťažiska kruhovej dosky. Výpočet $e = y_T$ podľa určeného rovnovážneho uhla φ po pridaní známej hmoty m_1 . Výpočet hmoty m_2 potrebnej pre statické vyváženie.
- S10. Výpočet trecieho uhla $\varphi = 2\alpha$ podľa nameraného uhla α sklonu ramena s valcami na ktorých je položená tyč.

C. Statika

Zoznam základných vlastností z teórie s nízkou (N) náročnosťou s možnosťou získať najviac 5b za preukázanie znalosti.

- N1. Jednotka sily $[F] = N = \text{Newton} = \text{kgms}^{-2}$.
- N2. Druhy silových účinkov:
a) objemové sily (ťažové, zotrvačné) s intenzitou $[p_0] = \text{Nm}^{-3}$ na jednotku objemu,

- b) plošné sily (tlak vody na plochu) s intenzitou $[p_p] = \text{Nm}^{-2} = \text{Pa}$ na jednotku plochy,
- c) spojito rozložené po čiare, majú intenzitu $[p_L] = \text{Nm}^{-1}$ na jednotku dĺžky,
- d) viazaný moment $\bar{M}_A = \bar{r} \times \bar{F}$, alebo voľný moment $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$ (bez označenia pôsobiska) má intenzitu $[M] = \text{Nm}$.
- N3. Vektorový invariant silových sústav: $\bar{F} = \sum \bar{F}_i$, posuvný účinok $\bar{F} = \bar{F}_A = \bar{F}_B = \bar{F}_C$.
- N4. Podmienky statickej a konfiguračnej určitosti úlohy
Lokálna pohyblivosť $n_t = n_v - t$ (počet stupňov voľnosti) objektu (bod, teleso) voči geometrickej väzbe typu t , pričom n_v je pohyblivosť voľného objektu (bod, teleso) a n_t je počet nezávislých súradníc polohy potrebných na jednoznačné opísanie polohy objektu (bod, teleso) viazaného geometrickou väzbou typu t :
- a) ak je pre pohyblivo viazaný objekt (bod, teleso) $n_t > 0$ a počet p_R rovníc rovnováhy $p_R < p_N$, kde p_N je počet neznámych, úloha je konfiguračne neurčitá (voliteľných je n_t súradníc polohy objektu a na dosiahnutie statického rovnovážneho stavu treba pripojiť počet n_t rovnovážnych silových účinkov, ako aj n_t rovníc rovnováhy,
- b) ak je pre nepohyblivý objekt (bod, teleso) $n_t = 0$ a počet $p_R = p_N$, úloha je staticky určitá,
- c) ak je pre nepohyblivý objekt (bod, teleso) $n_t < 0$ a počet $p_R < p_N$, úloha je staticky neurčitá.
- N5. Podmienka konfiguračnej určitosti: $2s = p + n_v$, kde $2s = p_R$ je počet rovníc rovnováhy na určenie počtu $p_N = p + n_v$ neznámych, pričom p je počet neznámych osových síl v prútoch a n_v je pohyblivosť voľného objektu (bod, teleso).
- N6. Experimentálne určenie polohy ťažiska telesa.
- N7. Statické vyváženie telesa.
- N8. Typy mechanických sústav (nepohyblivá prúťová konštrukcia, nepohyblivá rámová konštrukcia, pohyblivá rámová konštrukcia).
- N9. Určenie rovnovážnych silových účinkov (sila, viazaný moment) na dosiahnutie statického rovnovážneho stavu.
- N10. Postup pri styčnikovej metóde určenia osových síl v prútoch.
- N11. Postup pri priesečnej metóde určenia osových síl v prútoch.
- N12. Zákony trenia (Coulombove vzťahy):
1. zákon trenia: $T = f N$,
 2. zákon trenia: veľkosť trecej sily nezávisí od veľkosti trecej plochy
 3. zákon trenia: súčiniteľ adhézneho trenia $f_A > f_S$ súčiniteľ šmykového trenia.

- N13. Odpory pri valení, $M_V = Q e$ je viazaný moment valivého odporu, kde e je rameno valivého odporu.
- N14. Súčiniteľ $f_{CN} = \frac{2}{3}f$ čapového trenia nezabehaného axiálneho čapu.
- N15. Súčiniteľ $f_{CZ} = \frac{1}{2}f$ čapového trenia zabehaného axiálneho čapu.
- N16. Vzťah na výpočet mechanickej práce $A = \int_{S_0}^S (F \cos \psi) ds$ sily (dráhový účinok),
- N17. Vzťahy na výpočet okamžitého výkonu sily $P_F = \bar{F} \cdot \bar{v}$ a okamžitého výkonu voľnej dvojice síl $P_M = \bar{M} \cdot \bar{\omega}$ a mechanickej účinnosti $\eta = \frac{P_v}{P_p}$.

A. Kinematika

Zoznam vlastností z teórie s vysokou (V) náročnosťou, pri ktorých má študent možnosť získať najviac 15b za ich správne odvodenie.

- V1. Vzťah $\bar{a}_A = \bar{a}_{tA} + \bar{a}_{nA}$ na výpočet okamžitého výsledného zrýchlenia bodu A pri pohybe po krivke, kde $\bar{a}_{tA} = \alpha r \bar{t}$ je tangenciálne zrýchlenie bodu A a $\bar{a}_{nA} = r \omega^2 \bar{n}$ je normálové zrýchlenie bodu A.
- V2. Eulerov vzťah $\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r}$ pre obvodovú rýchlosť koncového bodu rotujúceho sprievodiča.
- V3. Cauchyho-Poissonov vzťah $\bar{v}_{B31} = \bar{v}_{A31} + \bar{v}_{BA31}$, kde $\bar{v}_{BA31} = \bar{\omega}_{31} \times \bar{r}_{BA}$, pre základný rozklad (nahradenie) všeobecného pohybu telesa na translačný pohyb (daný referenčným bodom A) a rotačný pohyb (okolo osi prechádzajúcej referenčným bodom A).
- V4. Všeobecný vzťah $[\bar{r}_{B3}]_1^* = [\bar{r}_{B3}]_3^* + \bar{\omega}_{31} \times \bar{r}_{B3}$ pre deriváciu vektora v rôznych priestoroch.
- V5. Vzťah $\bar{r}_{p3} = \frac{\bar{\omega}_{31} \times \bar{v}_{A31}}{\omega_{31}^2}$ na určenie polohy okamžitého streda otočenia (pólu), ktorý je bodom polódie (riadiacej krivky).
- V6. Vzťah $\bar{\omega}_{31} = \bar{\omega}_{32} + \bar{\omega}_{21}$ na výpočet okamžitej výslednej uhlovej rýchlosti telesa 3 pri rozklade všeobecného pohybu 3/1 na lokálne relatívny pohyb 3/2 a unášavý pohyb 2/1 pri súčasných pohyboch telies 3 a 2 voči vzťažnému priestoru 1.
- V7. Vzťah $\bar{\alpha}_{31} = \bar{\alpha}_{32} + \bar{\alpha}_{21} + \bar{\alpha}_R$, na výpočet okamžitého výsledného uhlového zrýchlenia telesa 3 pri rozklade (nahradení) všeobecného pohybu 3/1 na lokálne relatívny pohyb 3/2 a unášavý pohyb 2/1 pri súčasných pohyboch telies 3 a 2 voči vzťažnému priestoru 1, kde $\bar{\alpha}_R = \bar{\omega}_{21} \times \bar{\omega}_{32}$ je Résalove uhlové zrýchlenie.
- V8. Vzťah $\bar{v}_{B31} = \bar{v}_{B32} + \bar{v}_{B21}$ na výpočet okamžitej výslednej rýchlosti bodu B z telesa 3 pri rozklade (nahradení) všeobecného pohybu 3/1 na

lokálne relatívny pohyb 3/2 a unášavý pohyb 2/1 pri súčasných pohyboch telies 3 a 2 voči vzťažnému priestoru 1.

- V9. Vzťah $\bar{a}_{B31} = \bar{a}_{B32} + \bar{a}_{B21} + \bar{a}_{BCOR}$ na výpočet okamžitého výsledného zrýchlenia bodu B z telesa 3 pri rozklade (nahradení) všeobecného pohybu 3/1 na lokálne relatívny pohyb 3/2 a unášavý pohyb 2/1 pri súčasných pohyboch telies 3, 2, a 1, kde $\bar{a}_{BCOR} = 2\bar{\omega}_{21} \times \bar{v}_{B32}$ je Coriolisovo zrýchlenie bodu B.
- V10. Vzťah $\bar{\omega} = \dot{\psi}\bar{k}_I + \dot{\theta}\bar{i}_\psi + \dot{\phi}\bar{k}_{II}$ pre výpočet okamžitej uhlovej rýchlosti v lokálnom priestore $(O_2, x_2, y_2, z_2)_I$ telesa 2 pri sférickom pohybe $\bar{\omega}_E = (\dot{\psi}s\theta s\phi + \dot{\theta}c\phi)\bar{i}_{II} + (\dot{\psi}s\theta c\phi - \dot{\theta}s\phi)\bar{j}_{II} + (\dot{\psi}c\theta + \dot{\phi})\bar{k}_{II}$ (Eulerove kinematické rovnice).
- V11. Vzťah $\bar{a}_A = \bar{a}_{aA} + \bar{a}_{\omega A}$ na výpočet okamžitého výsledného zrýchlenia bodu A pri sférickom pohybe telesa, kde $\bar{a}_{aA} = \bar{\alpha} \times \bar{r}_A$ je točivé zrýchlenia bodu A a $\bar{a}_{\omega A} = \bar{\omega} \times \bar{v}_A$ je stredové zrýchlenia bodu A.
- V12. Cauchyho-Poissonov vzťah $\bar{v}_{B31} = \bar{v}_{A31} + \bar{v}_{BA31}$, kde $\bar{v}_{BA31} = \bar{\omega}_{31} \times \bar{r}_{BA}$, pre základný rozklad (nahradenie) všeobecného pohybu telesa na translačný pohyb (daný referenčným bodom A) a sférický pohyb (okolo referenčného bodu A).
- V13. Vzťah $(\bar{v}_L \cdot \bar{e})\bar{e} = (\bar{v}_A \cdot \bar{e})\bar{e} = \text{const} = \bar{v}_{\min} = \bar{v}_C$ je Kováčova invarianta pre rýchlosti bodov L, A, C z telesa P pri Mozziho-Chaslesovom nahradení všeobecného priestorového pohybu skrutkovým pohybom.
- V14. Vzťah $\bar{r}_{CA} = \frac{\bar{\omega} \times \bar{v}_A}{\omega^2}$ na určenie polohy bodu C na okamžitej skrutkovej osi o_ω pri Mozziho-Chaslesovom nahradení všeobecného priestorového pohybu skrutkovým pohybom, ktorý sa skladá zo súčasného posuvného pohybu telesa pozdĺž skrutkovej osi o_ω a rotačného pohybu telesa okolo skrutkovej osi o_ω .

B. Kinematika

Zoznam vlastností z teórie so strednou (S) náročnosťou, pri ktorých má študent možnosť získať najviac 10b za ich správne odvodenie.

- S1. Pohyblivosť $n = n_v(u-1) - \sum_{t=1}^m t s_t$ viazanej mechanickej sústavy (VMS),
kde $s_t = \sum_{v=2}^m s_{tv}(v-1)$ je počet geometrických väzieb typu t všetkých dvojíc telies vo väzbe.
- S2. Vzťah $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$ pre $a_c = \text{konšt.}$ pri priamočiarom pohybe bodu.
- S3. Vzťah $a \neq \frac{dv}{dt}$ pre pohyb bodu po kružnici.
- S4. Uplatnenie teórie súčasných pohybov v priemysle. Axiálne ložisko. Wattov odstredivý regulátor.

- S5. Otvorený mechanizmus na polohovanie telesa pri sférickom premiestnení z východiskovej do konečnej polohy.
- S6. Otvorený mechanizmus na polohovanie telesa pri premiestnení telesa z východiskovej polohy do konečnej polohy podľa Cauchy-Poissonovho nahradenia všeobecného pohybu transláciou reprezentovanou referenčným bodom (začiatkom S) a sférickým pohybom okolo referenčného bodu S.
- S7. Uplatnenie Mozziho-Chaslesovho skrutkového pohybu $3/2$ v hyperboloidnom čerpadle.
- S8. Uplatnenie Mozziho-Chaslesovho skrutkového pohybu nosiča kolesa v priestorovom 5 prvkovom zavesení kolesa.

C. Kinematika

Zoznam základných vlastností z teórie s nízkou (N) náročnosťou s možnosťou získať najviac 5b za preukázanie znalosti.

- N1. Vlastnosti triedy t geometrickej väzby, pričom počet t je aj počet neznámych súradníc reakcií v geometrických väzbách objektu.
- N2. Pohyblivosť n_v voľného objektu (bod, teleso) určuje celkový počet súradníc polohy.
- N3. Lokálna pohyblivosť $n_t = n_v - t$ (počet stupňov voľnosti) objektu (bod, teleso) voči geometrickej väzbe typu t , pričom n_v je pohyblivosť voľného objektu (bod, teleso) a n_t je počet nezávislých súradníc polohy potrebných na jednoznačné opísanie polohy objektu (bod, teleso) viazaného geometrickou väzbou typu t .
- N4. Zostrojenie stredu S_0 otočenia úsečky \overline{AB} z východiskovej polohy $\overline{A_1B_1}$ do konečnej polohy $\overline{A_2B_2}$ o konečný uhol φ .
- N5. Zostrojenie okamžitého stredu OSO_{31} otočenia úsečky \overline{AB} z východiskovej polohy $\overline{A_1B_1}$ do nekonečne blízkej polohy o nekonečne malý uhol $d\varphi$.
- N6. Zostrojenie pevnej polódie k_p ako geometrického miesta $S_i \in \{1\}$ z telesa 1 pri všeobecnom pohybe $3/1$.
- N7. Zostrojenie hybnej polódie k_H ako geometrického miesta $K_i \in \{3\}$ z telesa 1 pri všeobecnom pohybe $3/1$.
- N8. Uplatnenie cykloidálnych polódií v priemysle. Ortocykloida, hypocykloida, epicykloida, pericykloida, kruhová evolventa.
- N9. Uplatnenie Mozziho-Chaslesovho skrutkového pohybu na príklade roztočenia vrtuľky 3 objímkou 2 pozdĺž svorníka 1 so závitom.